

最大・最小、方程式への応用

問題プリント（全24問）

氏名 _____

得点 _____ / 24点

DRILL

練習問題（全16問）

基本（1～8）

1 極小のみが区間内

$y = x^3 - 3x + 1$ ($0 \leq x \leq 2$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$
) 最小値 ($x =$)

2 極小のみが区間内

$y = -x^3 + 3x - 1$ ($-2 \leq x \leq 0$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$
) 最小値 ($x =$)

3 極大のみが区間内

$y = x^3 - 6x^2 + 9x$ ($0 \leq x \leq 2$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$
) 最小値 ($x =$)

4 両端が最大・最小

$y = 2x^3 - 3x^2$ ($-1 \leq x \leq 2$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$
) 最小値 ($x =$)

5 片方が端点

$y = -x^3 + 3x^2$ ($-1 \leq x \leq 1$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$
) 最小値 ($x =$)

6 極大のみが区間内

$y = x^3 - 3x + 2$ ($-3 \leq x \leq 0$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$
) 最小値 ($x =$)

7 極大・極小とも区間内

$y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ ($-2 \leq x \leq 4$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$
) 最小値 ($x =$)

8 極値が区間の外→単調

$y = 2x^3 - 3x^2 - 1$ ($2 \leq x \leq 3$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$
) 最小値 ($x =$)

標準 (9~13)

9

方程式への応用：解の個数

$y = x^3 - 3x^2$ の極大値は 0 ($x = 0$)、極小値は -4 ($x = 2$) である。方程式 $x^3 - 3x^2 = 1$ の異なる実数解の個数を求めよ。

実数解の個数 個

10

方程式への応用：解の個数

$y = x^3 - 3x^2$ (極大値 0、極小値 -4) について、方程式 $x^3 - 3x^2 = -2$ の異なる実数解の個数を求めよ。

実数解の個数 個

11

方程式への応用：境目の値

$y = x^3 - 3x^2$ (極大値 0、極小値 -4) について、方程式 $x^3 - 3x^2 = -4$ の異なる実数解の個数を求めよ。

実数解の個数 個

12

文章題：箱の体積

1辺が 18cm の正方形の厚紙の四隅から 1辺 x cm の正方形を切り取り、ふたのない箱を作る。体積 V を最大にする x の値と、そのときの V を求めよ。

$x =$ 最大値 $V =$

13

直線との共有点の個数

曲線 $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$ と直線 $l: y = 4x - 2$ の共有点の個数を求めよ。

共有点の個数は 個

挑戦 (14~17)

14

最大・最小が2か所ずつでとれる

$y = x^3 - 3x$ ($-2 \leq x \leq 2$) の最大値・最小値を求めよ。(最大・最小となる x が2つあるときは「-2,1」のようにコンマ区切りで入力)

最大値 ($x =$)
最小値 ($x =$)

15

極値を求めてから解の個数へ

$y = x^3 - 12x + 7$ の極大値・極小値を求めよ。また、方程式 $x^3 - 12x + 7 = 0$ の異なる実数解の個数を求めよ。

極大値 ($x =$)
極小値 ($x =$)
実数解の個数 個

16

文章題：長方形の厚紙

たて 10cm、よこ 16cm の長方形の厚紙の四隅から 1辺 x cm の正方形を切り取り、ふたのない箱を作る。体積 V を最大にする x の値と、そのときの V を求めよ。

$x =$ 最大値 $V =$

17

不等式の証明 (等号が成り立つ場合あり)

$x \geq 0$ のとき、 $x^3 - 3x^2 + 4 \geq 0$ が成り立つことを証明せよ。

DRILL

応用問題 (プリント限定)

ここから先はPDF限定の腕試し。入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

解の個数から定数の範囲を求める (逆問題)

方程式 $x^3 - 3x = a$ が異なる3つの実数解をもつような、定数 a の値の範囲を求めよ。(境界の値を「 $t_1 < a < t_2$ 」の t_1, t_2 として入力せよ)

$< a <$

応2

文章題の本格版：区間制限つき体積最大

1辺が 12cm の正方形の厚紙の四隅から1辺 x cm の正方形を切り取り、ふたのない箱を作る。ただし部品の強度の関係で $3 \leq x \leq 5$ の範囲でしか作れないとする。体積 V を最大にする x の値と、そのときの V を求めよ。

$x =$ 最大値 $V =$

応3

解の個数がちょうど2個になる定数の値

方程式 $x^3 - 3x^2 = a$ が異なる2つの実数解をもつような、定数 a の値をすべて求めよ。(2つある場合は「0,-4」のようにコンマ区切りで入力)

$a =$

応4

不等式の証明（最小値を自分で求める）

$x \geq 1$ のとき、 $2x^3 - 3x^2 - 12x + 21 \geq 0$ が成り立つことを証明せよ。まず $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 21$ の ($x \geq 1$ における) 最小値を求めよ。

最小値

応5

条件つき最大：表面積一定の直方体

底面が1辺 x cm の正方形、高さが y cm の直方体があり、表面積が 150cm^2 で一定であるとき、体積 V の最大値を求めよ。

最大値 $V =$ そのとき $x =$
 $y =$

DRILL 記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

区間における3次関数の最大値・最小値を求めるとき、極大値・極小値を求めただけでは不十分で、区間の両端の値も必ず比べる必要があるのはなぜか説明せよ。

記2

$y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ ($-2 \leq x \leq 3$) の最大値・最小値を、増減表と区間の両端の値を示しながら答案として記述せよ。
