

接線・関数の増減と極値

問題プリント（全29問）

氏名 _____

得点 _____ / 29点

DRILL

練習問題（全18問）

基本（1～8）

1 接線の基本公式

$y = x^2 - 4x + 1$ 上の $x = 3$ における接線の傾きと、その式の切片（ $y = (\text{傾き})x + (\text{切片})$ の切片）を求めよ。

傾き 切片

2 傾き0の接線

$y = x^2 + 2x - 3$ 上の $x = -1$ における接線の傾きと切片を求めよ。

傾き 切片

3 3次関数の基本

$y = x^3$ 上の $x = 1$ における接線の傾きと切片を求めよ。

傾き 切片

4 $x=0$ での接線

$y = x^3 - 2x$ 上の $x = 0$ における接線の傾きと切片を求めよ。

傾き 切片

5 3次関数・傾き0

$y = x^3 - 3x + 1$ 上の $x = 1$ における接線の傾きと切片を求めよ。

傾き 切片

6 極値の基本

$y = x^3 - 12x$ の極値を求めよ。

極大値 ($x =$
) 極小値 ($x =$)

7 上に凸型の3次関数

$y = -x^3 + 3x^2 + 1$ の極値を求めよ。

極大値 ($x =$
) 極小値 ($x =$)

8 分数が絡む接線

$y = x^2 - x$ 上の $x = \frac{1}{2}$ における接線の傾きと切片を求めよ。

傾き 切片

標準（9～15）

9 $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ 上の $x = 2$ における接線の傾きと切片を求めよ。

傾き 切片

10 $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ の極値を求めよ。

極大値 ($x =$
) 極小値 ($x =$)

11

傾きから点を逆算

$y = x^2 - 2x$ 上で、接線の傾きが 4 となる点の座標を求めよ。

$x =$ $y =$

12

傾きから点を逆算 (3次関数)

$y = x^3 - 4x$ 上で、接線の傾きが 8 となる点の x 座標をすべて求めよ。(コンマ区切りで入力)

$x =$

13

$y = \frac{1}{3}x^3 - 2x$ 上の $x = 3$ における接線の傾きと切片を求めよ。

傾き 切片

14

$y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ の極値を求めよ。

極大値 ($x =$)
極小値 ($x =$)

15

常に成り立つ不等式の条件 (a の範囲)

$x \geq 0$ の範囲で定義された関数 $f(x) = x^3 - 3x + a$ について、常に $f(x) \geq 0$ が成り立つように、定数 a の値の範囲を定めよ。

a の範囲:

挑戦 (16~20)

16

極大値と極小値の差

$y = 2x^3 - 6x + 1$ について、極大値と極小値の差を求めよ。

差

17

接線とx軸の交点

$y = x^2 - 2x - 3$ 上の $x = 0$ における接線が、 x 軸と交わる点の x 座標を求めよ。

$x =$

18

 $f'=0$ でも極値でない例

$y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ について、 $f'(x) = 0$ となる x の値を求めよ。(この x が極値かどうかも考えてみよう)

$x =$

19

負の3次の係数

$y = -2x^3 + 6x^2 - 1$ の極値を求めよ。

極大値 ($x =$)
極小値 ($x =$)

20

法線の方程式

曲線 $y = x^2$ 上の点 $(2, 4)$ における法線の方程式を求めよ。ただし、曲線上のある点における法線とは、その点で曲線に引いた接線と垂直に交わる直線のことをいう。

法線の傾き: 、切片:

DRILL

応用問題 (プリント限定)

ここから先はPDF限定の腕試し。入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

極値をもつ条件 (a の範囲)

関数 $f(x) = x^3 + 3ax^2 + 3ax + 1$ が極値をもつような定数 a の範囲について、その境界となる a の値を小さい順に求めよ。

境界の a : と

応2

極値をもたない条件（ a の範囲）

関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + 12x - 1$ が常に単調増加（極値をもたない）となるような定数 a の範囲について、その境界となる a の値を小さい順に求めよ。

境界の a : と

応3

曲線外の点から引ける接線の本数（発展）

点 $P(2, -2)$ から曲線 $y = x^3 - 3x$ に引ける接線は何本あるか。

本数

応4

極小値から a を求める

a を正の定数とする。関数 $f(x) = x^3 - 3ax$ の極小値が -16 であるとき、 a の値を求めよ。

$a =$

応5

接線と曲線の再交点

曲線 $y = x^3 - x$ 上の点 $(1, 0)$ における接線を求め、この接線が曲線と再び交わる点の x 座標を求めよ。

$x =$

応6

方程式の実数解の個数（グラフと $y=k$ の交点）

方程式 $x^3 - 3x^2 - 9x + 2 = k$ が異なる3つの実数解をもつような定数 k の値の範囲を求めよ。

k の範囲 : $< k <$

応7

定義域を制限した関数の増減判定

関数 $g(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ ($t \geq 0$) が増加するのは、 t がどの範囲にあるときか、 $t \geq 0$ の範囲ですべて求めよ。

増加する範囲 : $0 \leq t <$ または $t >$

DRILL 記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

曲線上の接線を求めるとき、「通る点」が分かっているにもかかわらず、それが接点かどうか分からない場合には、なぜ接点を文字 t とおいて式を立てる必要があるのか説明せよ。

記2

$y = x^3 - 3x^2 - 24x + 5$ の増減を調べ、極値を求めよ。増減表を示しながら答案として記述せよ。
