

微分係数と導関数

解答（全23問）

氏名 _____

得点 _____ /23点

DRILL

練習問題（全18問）

基本（1～7）

1

べき乗の微分公式

$f(x) = x^3$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

$$f'(x) = \underline{3} x^2$$

$(x^n)' = nx^{n-1}$ より $n = 3$ を代入する。

$$f'(x) = 3x^2$$

2

べき乗の微分公式

$f(x) = x^4$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

$$f'(x) = \underline{4} x^3$$

$(x^n)' = nx^{n-1}$ より $n = 4$ を代入する。

$$f'(x) = 4x^3$$

3

定数倍の微分

$f(x) = 5x^2$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

$$f'(x) = \underline{10} x$$

$$(5x^2)' = 5 \times (x^2)' = 5 \times 2x = 10x$$

$$f'(x) = 10x$$

4

定数の微分は0

$f(x) = x^2 + 7$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

$$f'(x) = \underline{2} x$$

$$(x^2)' = 2x, (7)' = 0 \text{ (定数項は消える)}$$

$$f'(x) = 2x$$

5

和の微分

$f(x) = x^2 + 3x$ の導関数 $f'(x)$ について、 x の係数と定数項を求めよ。

$$x \text{ の係数 } \underline{2} \quad \text{定数項 } \underline{3}$$

$$(x^2)' = 2x, (3x)' = 3$$

$$f'(x) = 2x + 3 \text{ (} x \text{の係数2、定数項3)}$$

6

和・差の微分

$f(x) = x^3 - 4x$ の導関数 $f'(x)$ について、 x^2 の係数と定数項を求めよ。

x^2 の係数 3 定数項 -4

$$(x^3)' = 3x^2, (-4x)' = -4$$

$$f'(x) = 3x^2 - 4 \text{ (} x^2 \text{の係数3、定数項-4)}$$

7

複数項の微分

$f(x) = 2x^3 + x^2$ の導関数 $f'(x)$ について、 x^2 の係数と x の係数を求めよ。

x^2 の係数 6 x の係数 2

$$(2x^3)' = 2 \times 3x^2 = 6x^2, (x^2)' = 2x$$

$$f'(x) = 6x^2 + 2x \text{ (} x^2 \text{の係数6、} x \text{の係数2)}$$

標準 (8~14)

8 $f(x) = x^2 - 4x + 1$ について、 $f'(3)$ の値を求めよ。

$$f'(3) = \underline{2}$$

$$f'(x) = 2x - 4$$

$$f'(3) = 2 \times 3 - 4 = 2$$

$$f'(3) = 2$$

9 $f(x) = x^3 - 3x$ について、 $f'(-1)$ の値を求めよ。

$$f'(-1) = \underline{0}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$f'(-1) = 3 \times (-1)^2 - 3 = 3 - 3 = 0$$

$$f'(-1) = 0$$

10 $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ について、 $f'(0)$ の値を求めよ。

$$f'(0) = \underline{3}$$

$$f'(x) = 4x + 3$$

$$f'(0) = 4 \times 0 + 3 = 3$$

$$f'(0) = 3$$

11 $f(x) = -x^3 + 2x^2$ について、 $f'(2)$ の値を求めよ。

$$f'(2) = \underline{-4}$$

$$f'(x) = -3x^2 + 4x$$

$$f'(2) = -3 \times 4 + 4 \times 2 = -12 + 8 = -4$$

$$f'(2) = -4$$

12

4次式の微分

$f(x) = x^4 - 2x^2$ の導関数 $f'(x)$ について、 x^3 の係数と x の係数を求めよ。

x^3 の係数 4 x の係数 -4

$$(x^4)' = 4x^3, (-2x^2)' = -4x$$

$$f'(x) = 4x^3 - 4x \quad (x^3 \text{の係数}4, x \text{の係数}-4)$$

13

展開してから微分

$f(x) = (x + 1)(x - 2)$ の導関数 $f'(x)$ について、 x の係数と定数項を求めよ。

x の係数 2 定数項 -1

$$\text{先に展開する：} f(x) = x^2 - x - 2$$

$$f'(x) = 2x - 1$$

$$f'(x) = 2x - 1 \quad (x \text{の係数}2, \text{定数項}-1)$$

14

 $f'(x)$ =一定の値になるxを求める

$f(x) = 3x^2 - 2x + 7$ について、 $f'(x) = 4$ となる x の値を求めよ。

$x =$ 1

$$f'(x) = 6x - 2$$

$$6x - 2 = 4 \text{ より } 6x = 6, x = 1$$

$$x = 1$$

挑戦 (15~18)

15

$f'(x)=0$ を解く (コンマ区切りで入力)

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ について、 $f'(x) = 0$ となる x の値をすべて求めよ。

$x =$ 0,2

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$3x^2 - 6x = 0$$

$$3x(x - 2) = 0$$

$$x = 0, 2$$

$$x = 0, 2$$

16

条件から係数決定

$f(x) = ax^2 + 3x$ について、 $f'(2) = 11$ が成り立つとき、定数 a の値を求めよ。

$a =$ 2

$$f'(x) = 2ax + 3$$

$$f'(2) = 4a + 3 = 11 \text{ より } 4a = 8, a = 2$$

$$a = 2$$

17

条件から係数決定

$f(x) = x^3 + bx$ について、 $f'(1) = 5$ が成り立つとき、定数 b の値を求めよ。

$$b = \underline{2}$$

$$f'(x) = 3x^2 + b$$

$$f'(1) = 3 + b = 5 \text{ より } b = 2$$

$$b = 2$$

18

 $f'(x)=0$ を解く (コンマ区切りで入力)

$f(x) = 2x^3 - 3x^2$ について、 $f'(x) = 0$ となる x の値をすべて求めよ。

$$x = \underline{0,1}$$

$$f'(x) = 6x^2 - 6x$$

$$6x^2 - 6x = 0$$

$$6x(x - 1) = 0$$

$$x = 0, 1$$

$$x = 0, 1$$

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。定義に立ち返る問題と、条件から係数を決める問題に挑戦しよう。

応1

定義に従って微分係数を求める

$f(x) = x^2 + 3x$ について、微分係数の定義 $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ に従って $f'(2)$ の値を求めよ。

$$f'(2) = \underline{7}$$

$$f(2) = 2^2 + 3 \times 2 = 4 + 6 = 10$$

$$f(2+h) = (2+h)^2 + 3(2+h) = 4 + 4h + h^2 + 6 + 3h = h^2 + 7h + 10$$

$$f(2+h) - f(2) = (h^2 + 7h + 10) - 10 = h^2 + 7h$$

$$\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{h^2 + 7h}{h} = h + 7$$

$$h \rightarrow 0 \text{ のとき } h + 7 \rightarrow 7$$

（公式 $f'(x) = 2x + 3$ を使っても $f'(2) = 4 + 3 = 7$ となり一致する。）

$$f'(2) = 7$$

$f(x) = x^3$ について、微分係数の定義に従って導関数 $f'(x)$ を求めよ。また、その結果を用いて $f'(2)$ の値を求めよ。

$$f'(2) = \underline{12}$$

$$f(x+h) - f(x) = (x+h)^3 - x^3$$

$$(x+h)^3 = x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 \text{ (3乗の展開公式) なので}$$

$$f(x+h) - f(x) = 3x^2h + 3xh^2 + h^3$$

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3}{h} = 3x^2 + 3xh + h^2$$

$h \rightarrow 0$ のとき $3xh \rightarrow 0$ 、 $h^2 \rightarrow 0$ なので、残るのは $3x^2$ 。

よって $f'(x) = 3x^2$ (べき乗の微分公式 $(x^3)' = 3x^2$ と一致)。

これに $x = 2$ を代入すると $f'(2) = 3 \times 2^2 = 12$ 。

$$f'(x) = 3x^2, f'(2) = 12$$

応3

2条件から係数を2つ決定

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ について、 $f'(1) = 2$ かつ $f'(-1) = 6$ が成り立つとき、定数 a, b の値を求めよ。

$$a = \underline{-1} \quad b = \underline{1}$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$f'(1) = 3 + 2a + b = 2 \text{ より } 2a + b = -1 \cdots (1)$$

$$f'(-1) = 3 - 2a + b = 6 \text{ より } -2a + b = 3 \cdots (2)$$

$$(1)+(2) : 2b = 2, b = 1$$

$$(1) \text{ に代入 : } 2a + 1 = -1, 2a = -2, a = -1$$

$$a = -1, b = 1$$

応4

接線が平行になる点を求める（答えは2つ・コンマ区切り）

$f(x) = x^3 - 3x$ のグラフ上で、接線が直線 $y = 6x - 1$ と平行になる点の x 座標をすべて求めよ。

$$x = \underline{\sqrt{3}, -\sqrt{3}}$$

接線が直線 $y = 6x - 1$ と平行になるとは、接線の傾き（＝微分係数）が 6 に等しいということ。

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$3x^2 - 3 = 6 \text{ より } 3x^2 = 9, x^2 = 3, x = \pm\sqrt{3}$$

$$x = \sqrt{3}, -\sqrt{3}$$

$f(x) = x^2 + ax + b$ のグラフ上の点 $(1, 2)$ における接線の傾きが -4 であるとき、定数 a, b の値を求めよ。

$$a = \underline{-6} \quad b = \underline{7}$$

接線の傾きの条件： $f'(x) = 2x + a$ なので $f'(1) = 2 + a = -4$ 、よって $a = -6$ 。

点 $(1, 2)$ を通る条件： $f(1) = 1 + a + b = 2$

$a = -6$ を代入： $1 - 6 + b = 2$ 、 $b - 5 = 2$ 、 $b = 7$

$$a = -6, b = 7$$