

数II まとめ

問題プリント（全42問）

氏名 _____

得点 _____ / 42点

DRILL

まとめテスト（標準）

基本（1～20）

1 3次式の乗法公式

$(x + 4)^3$ を展開せよ。

x^2 の係数 x の係数
定数項

2 整式の割り算

$x^3 + 2x^2 - 5x - 2$ を $x + 3$ で割ったときの商を $ax^2 + bx + c$ 、余りを R とするとき、 a, b, c, R を求めよ。

$a =$ $b =$ $c =$
 $R =$

3 相加相乗平均・基本形

$b > 0$ のとき、 $b + \frac{25}{b}$ の最小値を求めよ。

最小値 そのとき $b =$

4 複素数の乗法

$(3 + 2i)(1 - 4i)$ を計算せよ。

実部 虚部

5 判別式と実数解の個数

$2x^2 + 3x + 5 = 0$ について、判別式 D の値と実数解の個数を求めよ。

$D =$ 実数解の個数 個

6 解と係数の関係

2次方程式 $x^2 - 5x + 8 = 0$ の2つの解を α, β とする。解と係数の関係を用いて $\alpha + \beta, \alpha\beta$ の値を求めよ。

$\alpha + \beta =$ $\alpha\beta =$

7 2点間の距離

2点 A(1, 2)、B(4, 6) の間の距離を求めよ。

AB =

8 内分点

2点 A(1, 1)、B(7, 10) を結ぶ線分を 2 : 1 に内分する点の座標を求めよ。

x 座標 y 座標

9 2点を通る直線

2点 (1, 2)、(4, 11) を通る直線の傾きと y 切片を求めよ。

傾き y 切片

10 円の一般形→標準形

$x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$ を標準形に直し、中心の座標と半径を求めよ。

中心 x 座標 中心 y 座標
半径

11 度→ラジアン

150° をラジアンで表すと $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}\pi$ の形になる。
ア、イを求めよ。

ア = イ =

12 単位円上の値 (第2象限)

$\theta = 120^\circ$ のとき、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ の値を求めよ。

$\sin \theta =$ $\cos \theta =$

13 加法定理・基本

加法定理を用いて $\sin 75^\circ$ の値を求めよ ($75^\circ = 45^\circ + 30^\circ$ として計算せよ)。

$\sin 75^\circ =$

14 有理数指数

$8^{\frac{2}{3}}$ の値を求めよ。

値

15 対数の性質 (積・商)

$\log_2 24 - \log_2 3$ の値を求めよ。

値

16 指数方程式

$3^{x+1} = 81$ を満たす x の値を求めよ。

$x =$

17 導関数の公式

$f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

x^2 の係数 x の係数

18 接線の方程式

$y = x^2 - 4x + 1$ の $x = 3$ における接線の方程式を、傾きと y 切片で答えよ。

傾き y 切片

19 増減表→極値

$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ の極大値と極小値を求めよ。

極大値 ($x =$
) 極小値 ($x =$)

20 定積分の基本計算

$\int_1^3 (3x^2 - 2x) dx$ の値を求めよ。

値

標準 (21~34)

21 二項定理・一般項 (両方に係数)

$(2x - 1)^6$ の展開における x^4 の項の係数を求めよ。

係数

22 不等式の証明・2つの平方の和

実数 x, y について $x^2 + 2xy + 3y^2 \geq 0$ であることを証明せよ。

23 剰余の定理 (2次式で割った余り)

整式 $P(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 5$ を $(x - 1)(x + 2)$ で割った余りを $ax + b$ とするとき、 a, b の値を求めよ。

$a =$ $b =$

24 因数定理・高次方程式 (虚数解を含む)

方程式 $x^3 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$ を解け (虚数解はコンマ区切りで入力)。

実数解 $x =$ 虚数解 $x =$

25

円の接線

円 $x^2 + y^2 = 20$ 上の点 $(4, 2)$ における接線の方程式を、傾きと y 切片で答えよ。

傾き y 切片

26

軌跡・アポロニウスの円

2点 $A(0, 0)$ 、 $B(6, 0)$ から、 $PA : PB = 1 : 2$ となるように動く点 $P(x, y)$ の軌跡を求めよ。
円の中心の座標と半径を答えよ。

中心 x 座標 中心 y 座標
半径

27

2倍角の公式

$\sin \theta = \frac{3}{5}$ 、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき、 $\sin 2\theta$ 、 $\cos 2\theta$ の値を求めよ。

$\sin 2\theta =$ $\cos 2\theta =$

28

三角関数の合成

$\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形に合成せよ ($0 \leq \alpha < 2\pi$)。

$r =$ $\alpha =$

29

対数不等式・真数条件

$\log_2(x - 1) + \log_2(x - 3) < 3$ を解け。

x の範囲は下端 = 上端 =

30

常用対数・桁数

$\log_{10} 2 = 0.3010$ として、 2^{40} は何桁の数か求めよ。

桁数 桁

31

区間の最大最小（端点比較を含む）

$f(x) = x^3 - 3x$ ($-2 \leq x \leq 3$) の最大値・最小値を求めよ (x の値が複数あるときはコンマ区切りで入力)。

最大値 ($x =$)
最小値 ($x =$)

32

2曲線間の面積

放物線 $y = x^2$ と直線 $y = 2x$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

面積

33

総合：図形と方程式×三角関数（直線の傾きと $\tan \theta$ ）

直線 $l: y = \sqrt{3}x - 2$ が x 軸の正の向きとなす角 θ ($0 \leq \theta < \pi$) を求めよ。また、原点を通り l に垂直な直線の傾きを求めよ。

$\theta =$
(ラジアン) 垂直な直線の傾き

34

総合：式と証明×複素数と方程式（3次の対称式）

2次方程式 $x^2 - 4x + 7 = 0$ の解を α, β とする。恒等式 $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$ を用いて、 $\alpha^3 + \beta^3$ の値を求めよ。

$\alpha^3 + \beta^3 =$

発展 (35~40)

35

総合：微分法×複素数と方程式（単調性と虚数解）

3次方程式 $x^3 - 6x^2 + 21x - 26 = 0$ について、 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 21x - 26$ の導関数 $f'(x)$ がつねに正であることを示し、実数解がただ1つであることを説明せよ。そのうえで、実数解と残り2つの解（虚数解）をすべて求めよ（虚数解はコンマ区切りで入力）。

実数解 $x =$ 虚数解 $x =$

36

総合：図形と方程式×三角関数（円上の点のパラメータ表示と合成）

円 $x^2 + y^2 = 4$ 上の点を $P(2 \cos \theta, 2 \sin \theta)$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) とする。 $\sqrt{3}x + y$ (x, y は点 P の座標) の最大値と、そのときの θ を求めよ。

最大値 そのとき $\theta =$

37

総合：指数関数×式と証明（相加相乗平均）

x がすべての実数を動くとき、 $2^x + 2^{2-x}$ の最小値を、相加平均・相乗平均の関係を用いて求めよ。

最小値 そのとき $x =$

38

総合：図形と方程式×微分法（接線と点の距離）

3次関数 $y = x^3 - 3x$ の $x = 0$ における接線の方程式を求めよ。また、点 $(5, 5)$ からその接線までの距離を求めよ。

接線の傾き 距離

39

総合：式と証明×図形と方程式（相加相乗平均と面積）

$x > 0, y > 0$ で $2x + y = 8$ のとき、相加平均・相乗平均の関係を用いて xy の最大値を求めよ。さらに、直線 $2x + y = 8$ と x 軸・ y 軸で囲まれる三角形の面積を求めよ。

xy の最大値 三角形の面積

40

総合：図形と方程式×解と係数の関係（章の総仕上げ）

直線 $y = x + k$ と円 $x^2 + y^2 = 8$ が異なる2点 A、B で交わるとき、(1) k の値の範囲を求めよ。(2) 交点 A、B の x 座標を α, β とするとき、線分 AB の長さを k を用いて表せ。(3) 弦 AB の長さが 4 になるときの k の値を求めよ（(3) の答えが 2 つあるときはコンマ区切りで入力）。

(1) k の範囲は下端 = 上端 =

(3) $k =$

E X A M

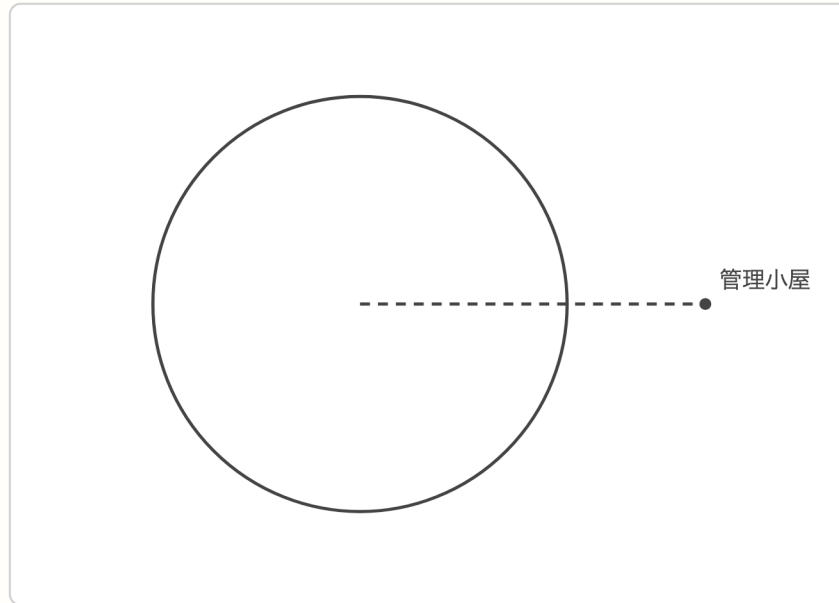
共通テスト形式チャレンジ

大問1 目標時間 12分 / 配点 20点

花子さんと太郎さんは、公園にある円形の噴水のまわりの整備計画について話している。噴水の縁は、中心を原点として半径6mの円とみなせる。

花子「噴水のまわりに、扇形の花壇を作りたいな。」

太郎「中心角 $\frac{2}{3}\pi$ （ラジアン）の扇形にしよう。」



半径6mの噴水の縁と、中心から10m離れた地点にある管理小屋。

- (1) 半径6m、中心角 $\frac{2}{3}\pi$ の扇形について、弧の長さは $\boxed{\text{ア}}$ π m、面積は $\boxed{\text{イウ}}$ π m²である。ア、イウの値を求めよ。

ア イウ

- (2) 太郎「噴水の中心から10m離れた地点に管理小屋があるね。」 管理小屋の位置を点Qとする。点Qから噴水の縁（円）に引いた接線の本数は $\boxed{\text{エ}}$ 本であり、接線の長さ（Qから接点までの距離）は $\boxed{\text{オ}}$ mである。エ、オの値を求めよ。

エ オ

- (3) 花子「(2)で求めた接点も使って、もう1つ図形の面積を考えてみよう。」 中心O、管理小屋Q、そして(2)で求めた2つの接点を頂点とする四角形の面積は $\boxed{\text{カキ}}$ m²である。(2)で求めた半径と接線の長さを利用して、カキの値を求めよ。

カキ

太郎さんは、文化祭の受付で使う、ふたのない箱を作ろうとしている。1辺30cmの正方形の厚紙の四隅から、1辺 x cmの正方形を切り取り、残りを折り曲げて箱にする計画である。

先生「底面の1辺の長さと、箱の高さを、まず x を使った式で表してみよう。」

太郎「はい。底面の1辺は $(30 - 2x)$ cm、高さは x cmになります。」

- (1) 箱の体積を V cm³とすると、 $V = x(30 - 2x)^2$ である。これを展開して整理すると

$$V = 4x^3 \boxed{\text{アイウ}} x^2 + \boxed{\text{エオカ}} x$$

となる（アイウは符号もつけて入力）。また、 x のとりうる値の範囲は $0 < x < \boxed{\text{キク}}$ である。アイウ、エオカ、キクの値を求めよ。

アイウ エオカ キク

- (2) 先生「体積が最大になる x を、微分を使って求めよう。」 $V'(x) = 0$ を整理すると $x^2 - 20x + \boxed{\text{ケコ}} = 0$ となる。 $0 < x < 15$ の範囲でこれを解くと $x = \boxed{\text{サ}}$ であり、このとき体積は最大値 $V = \boxed{\text{シスセソ}}$ cm³をとる。ケコ、サ、シスセソの値を求めよ。

ケコ サ シスセソ

- (3) 花子「本当に $x = 5$ の前後で増加から減少に変わっているか、確かめてみよう。」 $V'(2) = \boxed{\text{タチツ}}$ 、 $V'(10) = \boxed{\text{テトナ}}$ である（テトナは符号もつけて入力）。この2つの値の符号から、 $x = 5$ で確かに最大になることを確認せよ。

タチツ テトナ

大問3 目標時間 10分/配点 20点

花子さんと太郎さんは、3次方程式 $x^3 - 8 = 0$ を、3次式の因数分解の公式を使って解く方法を考えている。

花子「 $x^3 - 8$ は $x^3 - 2^3$ の形だから、公式 $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ が使えるだね。」

太郎「因数分解できれば、あとは複素数と方程式の章で学んだ2次方程式の解の公式で解けるね。」

- (1) $x^3 - 8 = 0$ を解くと、実数解は $x = \boxed{\text{ア}}$ であり、残り2つの虚数解は $x = \boxed{\text{イ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}i$ の形になる（イは符号もつけて入力）。ア、イ、ウの値を求めよ。

ア イ ウ

- (2) 1の3乗根のうち虚数であるものの1つを ω とすると、 $\omega^2 + \omega + 1 = 0$ 、 $\omega^3 = 1$ が成り立つ。このとき $\omega + \omega^2 = \boxed{\text{エ}}$ 、 $\omega \cdot \omega^2 = \boxed{\text{オ}}$ である（エは符号もつけて入力）。エ、オの値を求めよ。

エ オ

- (3) (1)で求めた3つの解の和と積を、解と係数の関係（3次方程式 $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ の解の和は $-p$ 、積は $-r$ ）を用いて求めよ。和は $\boxed{\text{カ}}$ 、積は $\boxed{\text{キ}}$ である。カ、キの値を求めよ。

カ キ

DRILL

記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1 判別式 D を使った場合分け ($D > 0 \cdot D = 0 \cdot D < 0$) は、「複素数と方程式」の章で2次方程式の実数解の個数を調べるために学んだ。この考え方が、「図形と方程式」の章の「円と直線の共有点の個数」でもそのまま使えることを、具体的な例を1つ挙げながら説明せよ。

記2 3次方程式 $x^3 - 3x + a = 0$ の実数解の個数は、定数 a の値によって変化する。微分を使ってこの理由を説明し、さらに $a = -2$ のときのすべての解を求めよ。
