

数II まとめ

問題プリント（全42問）

氏名 _____

得点 _____ / 42点

DRILL

まとめテスト（標準）

基本（1～20）

1

3次式の乗法公式

$(x + 4)^3$ を展開せよ。

x^2 の係数

x の係数

定数項

計算スペース

2

整式の割り算

$x^3 + 2x^2 - 5x - 2$ を $x + 3$ で割ったときの商を $ax^2 + bx + c$ 、余りを R とするとき、 a, b, c, R を求めよ。

$a =$ $b =$ $c =$ $R =$

計算スペース

3

相加相乗平均・基本形

$b > 0$ のとき、 $b + \frac{25}{b}$ の最小値を求めよ。

最小値 そのとき $b =$

計算スペース

4

複素数の乗法

$(3 + 2i)(1 - 4i)$ を計算せよ。

実部

虚部

計算スペース

5

判別式と実数解の個数

$2x^2 + 3x + 5 = 0$ について、判別式 D の値と実数解の個数を求めよ。

 $D =$

実数解の個数

個

計算スペース

6

解と係数の関係

2次方程式 $x^2 - 5x + 8 = 0$ の2つの解を α, β とする。解と係数の関係を用いて $\alpha + \beta, \alpha\beta$ の値を求めよ。

$$\alpha + \beta = \boxed{} \quad \alpha\beta = \boxed{}$$

計算スペース

7

2点間の距離

2点 $A(1, 2)$ 、 $B(4, 6)$ の間の距離を求めよ。

$$AB = \boxed{}$$

計算スペース

8

内分点

2点 $A(1, 1)$ 、 $B(7, 10)$ を結ぶ線分を $2:1$ に内分する点の座標を求めよ。

 x 座標 y 座標

計算スペース

9

2点を通る直線

2点 $(1, 2)$ 、 $(4, 11)$ を通る直線の傾きと y 切片を求めよ。

傾き

 y 切片

計算スペース

10

円の一般形→標準形

$x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$ を標準形に直し、中心の座標と半径を求めよ。

中心 x 座標中心 y 座標

半径

計算スペース

11

度→ラジアン

150° をラジアンで表すと $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}\pi$ の形になる。ア、イを求めよ。

ア =

イ =

計算スペース

12

単位円上の値（第2象限）

$\theta = 120^\circ$ のとき、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ の値を求めよ。

$$\sin \theta = \boxed{} \quad \cos \theta = \boxed{}$$

計算スペース

13

加法定理・基本

加法定理を用いて $\sin 75^\circ$ の値を求めよ（ $75^\circ = 45^\circ + 30^\circ$ として計算せよ）。

$$\sin 75^\circ = \boxed{}$$

計算スペース

14

有理数指数

 $8^{\frac{2}{3}}$ の値を求めよ。

値

計算スペース

15

対数の性質（積・商）

 $\log_2 24 - \log_2 3$ の値を求めよ。

値

計算スペース

16

指数方程式

$3^{x+1} = 81$ を満たす x の値を求めよ。

$x =$

計算スペース

17

導関数の公式

$f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

x^2 の係数 x の係数

計算スペース

18

接線の方程式

$y = x^2 - 4x + 1$ の $x = 3$ における接線の方程式を、傾きと y 切片で答えよ。

傾き

 y 切片

計算スペース

19

増減表→極値

$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ の極大値と極小値を求めよ。

極大値

($x =$

極小値

($x =$

)

計算スペース

20

定積分の基本計算

$\int_1^3 (3x^2 - 2x) dx$ の値を求めよ。

値

計算スペース

標準 (21~34)

21

二項定理・一般項 (両方に係数)

$(2x - 1)^6$ の展開における x^4 の項の係数を求めよ。

係数

計算スペース

不等式の証明・2つの平方の和

剰余の定理 (2次式で割った余り)

24

因数定理・高次方程式（虚数解を含む）

方程式 $x^3 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$ を解け（虚数解はコンマ区切りで入力）。

実数解 $x =$ 虚数解 $x =$

計算スペース

25

円の接線

円 $x^2 + y^2 = 20$ 上の点 $(4, 2)$ における接線の方程式を、傾きと y 切片で答えよ。

傾き

 y 切片

計算スペース

26

軌跡・アポロニウスの円

2点 $A(0, 0)$ 、 $B(6, 0)$ から、 $PA : PB = 1 : 2$ となるように動く点 $P(x, y)$ の軌跡を求めよ。円の中心の座標と半径を答えよ。

中心 x 座標中心 y 座標

半径

計算スペース

27

2倍角の公式

$\sin \theta = \frac{3}{5}$ 、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき、 $\sin 2\theta$ 、 $\cos 2\theta$ の値を求めよ。

 $\sin 2\theta =$ $\cos 2\theta =$

計算スペース

28

三角関数の合成

$\sqrt{3}\sin\theta + \cos\theta$ を $r\sin(\theta + \alpha)$ の形に合成せよ ($0 \leq \alpha < 2\pi$)。

$r =$ $\alpha =$

計算スペース

29

対数不等式・真数条件

$\log_2(x - 1) + \log_2(x - 3) < 3$ を解け。

x の範囲は下端 = 上端 =

計算スペース

30

常用対数・桁数

$\log_{10} 2 = 0.3010$ として、 2^{40} は何桁の数か求めよ。

桁数

桁

計算スペース

31

区間の最大最小（端点比較を含む）

$f(x) = x^3 - 3x$ ($-2 \leq x \leq 3$) の最大値・最小値を求めよ (x の値が複数あるときはコンマ区切りで入力)。

最大値

($x =$

最小値

($x =$

)

計算スペース

34

総合：式と証明×複素数と方程式（3次の対称式）

2次方程式 $x^2 - 4x + 7 = 0$ の解を α, β とする。恒等式 $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$ を用いて、 $\alpha^3 + \beta^3$ の値を求めよ。

$$\alpha^3 + \beta^3 =$$

計算スペース

発展（35～40）

35

総合：微分法×複素数と方程式（単調性と虚数解）

3次方程式 $x^3 - 6x^2 + 21x - 26 = 0$ について、 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 21x - 26$ の導関数 $f'(x)$ がつねに正であることを示し、実数解がただ1つであることを説明せよ。そのうえで、実数解と残り2つの解（虚数解）をすべて求めよ（虚数解はコンマ区切りで入力）。

実数解 $x =$

虚数解 $x =$

計算スペース

36

総合：図形と方程式×三角関数（円上の点のパラメータ表示と合成）

円 $x^2 + y^2 = 4$ 上の点を $P(2\cos\theta, 2\sin\theta)$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) とする。 $\sqrt{3}x + y$ (x, y は点 P の座標) の最大値と、そのときの θ を求めよ。

最大値

そのとき $\theta =$

計算スペース

37

総合：指数関数×式と証明（相加相乗平均）

x がすべての実数を動くとき、 $2^x + 2^{2-x}$ の最小値を、相加平均・相乗平均の関係を用いて求めよ。

最小値

そのとき $x =$

計算スペース

38

総合：図形と方程式×微分法（接線と点の距離）

3次関数 $y = x^3 - 3x$ の $x = 0$ における接線の方程式を求めよ。また、点 $(5, 5)$ からその接線までの距離を求めよ。

接線の傾き

距離

計算スペース

39

総合：式と証明×図形と方程式（相加相乗平均と面積）

$x > 0, y > 0$ で $2x + y = 8$ のとき、相加平均・相乗平均の関係を用いて xy の最大値を求めよ。さらに、直線 $2x + y = 8$ と x 軸・ y 軸で囲まれる三角形の面積を求めよ。

 xy の最大値

三角形の面積

計算スペース

直線 $y = x + k$ と円 $x^2 + y^2 = 8$ が異なる2点A、Bで交わる時、(1) k の値の範囲を求めよ。(2) 交点A、Bの x 座標を α, β とすると、線分ABの長さを k を用いて表せ。(3) 弦ABの長さが4になるときの k の値を求めよ ((3)の答えが2つあるときはコンマ区切りで入力)。

(1) k の範囲は下端＝

上端＝

(3) k ＝

計算スペース

E X A M

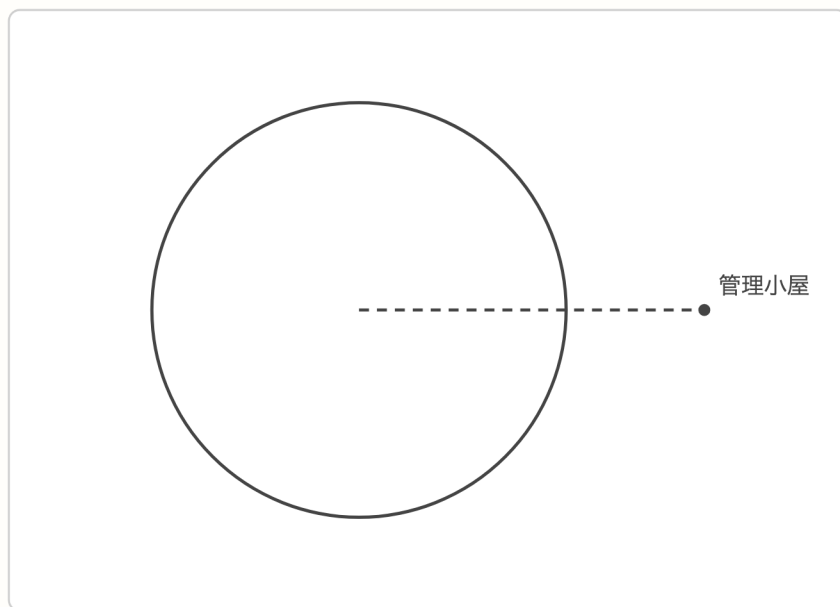
共通テスト形式チャレンジ

大問1 目標時間 12分／配点 20点

花子さんと太郎さんは、公園にある円形の噴水のまわりの整備計画について話している。噴水の縁は、中心を原点として半径6mの円とみなせる。

花子「噴水のまわりに、扇形の花壇を作りたいな。」

太郎「中心角 $\frac{2}{3}\pi$ （ラジアン）の扇形にしよう。」



半径6mの噴水の縁と、中心から10m離れた地点にある管理小屋。

(1)

半径6m、中心角 $\frac{2}{3}\pi$ の扇形について、弧の長さは $\boxed{\text{ア}}\pi\text{m}$ 、面積は $\boxed{\text{イウ}}\pi\text{m}^2$ である。ア、イウの値を求めよ。

ア

イウ

- (2) 太郎「噴水の中心から10m離れた地点に管理小屋があるね。」 管理小屋の位置を点Qとする。点Qから噴水の縁(円)に引いた接線の本数は[エ]本であり、接線の長さ(Qから接点までの距離)は[オ]mである。エ、オの値を求めよ。

エ オ

- (3) 花子「(2)で求めた接点も使って、もう1つ図形の面積を考えてみよう。」 中心O、管理小屋Q、そして(2)で求めた2つの接点を頂点とする四角形の面積は[カキ] m^2 である。(2)で求めた半径と接線の長さを利用して、カキの値を求めよ。

カキ

大問2 目標時間 13分/配点 20点

太郎さんは、文化祭の受付で使う、ふたのない箱を作ろうとしている。1辺30cmの正方形の厚紙の四隅から、1辺 x cmの正方形を切り取り、残りを折り曲げて箱にする計画である。

先生「底面の1辺の長さと、箱の高さを、まず x を使った式で表してみよう。」

太郎「はい。底面の1辺は $(30 - 2x)$ cm、高さは x cmになります。」

- (1) 箱の体積を $V\text{cm}^3$ とすると、 $V = x(30 - 2x)^2$ である。これを展開して整理すると

$$V = 4x^3 \text{ [アイウ] } x^2 + \text{ [エオカ] } x$$

となる(アイウは符号もつけて入力)。また、 x のとりうる値の範囲は $0 < x < \text{ [キク] }$ である。アイウ、エオカ、キクの値を求めよ。

アイウ エオカ キク

- (2) 先生「体積が最大になる x を、微分を使って求めよう。」 $V'(x) = 0$ を整理すると $x^2 - 20x + \text{ [ケコ] } = 0$ となる。 $0 < x < 15$ の範囲でこれを解くと $x = \text{ [サ] }$ であり、このとき体積は最大値 $V = \text{ [シスセソ] } \text{cm}^3$ をとる。ケコ、サ、シ

スセソの値を求めよ。

ケコ サ シスセソ

(3) 花子「本当に $x = 5$ の前後で増加から減少に変わっているか、確かめてみよう。」

$V'(2) = \boxed{\text{タチツ}}$ 、 $V'(10) = \boxed{\text{テトナ}}$ である（テトナは符号もつけて入力）。この2つの値の符号から、 $x = 5$ で確かに最大になることを確認せよ。

タチツ テトナ

大問3 目標時間 10分／配点 20点

花子さんと太郎さんは、3次方程式 $x^3 - 8 = 0$ を、3次式の因数分解の公式を使って解く方法を考えている。

花子「 $x^3 - 8$ は $x^3 - 2^3$ の形だから、公式 $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ が使えるそうだね。」

太郎「因数分解できれば、あとは複素数と方程式の章で学んだ2次方程式の解の公式で解けるね。」

(1) $x^3 - 8 = 0$ を解くと、実数解は $x = \boxed{\text{ア}}$ であり、残り2つの虚数解は $x = \boxed{\text{イ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}i$ の形になる（イは符号もつけて入力）。ア、イ、ウの値を求めよ。

ア イ ウ

(2) 1の3乗根のうち虚数であるものの1つを ω とすると、 $\omega^2 + \omega + 1 = 0$ 、 $\omega^3 = 1$ が成り立つ。このとき $\omega + \omega^2 = \boxed{\text{エ}}$ 、 $\omega \cdot \omega^2 = \boxed{\text{オ}}$ である（エは符号もつけて入力）。エ、オの値を求めよ。

エ オ

(3)

(1)で求めた3つの解の和と積を、解と係数の関係（3次方程式 $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ の解の和は $-p$ 、積は $-r$ ）を用いて求めよ。和は□力、積は□キである。力、キの値を求めよ。

力 キ

記述チャレンジ

記1 判別式 D を使った場合分け ($D > 0 \cdot D = 0 \cdot D < 0$) は、「複素数と方程式」の章で2次方程式の実数解の個数を調べるために学んだ。この考え方が、「図形と方程式」の章の「円と直線の共有点の個数」でもそのまま使えることを、具体的な例を1つ挙げながら説明せよ。

[illegible]