

鈍角への拡張 ($90^\circ - \theta \cdot 180^\circ - \theta$)

解答 (全23問)

氏名 _____

得点 _____ /23点

DRILL

練習問題 (全18問)

基本 (1~7)

1

有名角の値

$\sin 120^\circ$ の値を求めよ。

値 $\sqrt{3}/2$

$120^\circ = 180^\circ - 60^\circ$ 。公式 $\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta$ より $\sin 120^\circ = \sin 60^\circ$ 。

$$\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

2

有名角の値

$\cos 135^\circ$ の値を求めよ。

値 $-\sqrt{2}/2$

$135^\circ = 180^\circ - 45^\circ$ 。公式 $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$ より $\cos 135^\circ = -\cos 45^\circ$ 。

$$\cos 135^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

3

有名角の値

$\tan 150^\circ$ の値を求めよ。

値 $-\sqrt{3}/3$

$150^\circ = 180^\circ - 30^\circ$ 。公式 $\tan(180^\circ - \theta) = -\tan \theta$ より $\tan 150^\circ = -\tan 30^\circ$ 。

$$\tan 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

4

有名角の値

$\sin 90^\circ$ の値を求めよ。

値 1

$\theta = 90^\circ$ では $P(0, r)$ なので $\sin 90^\circ = \frac{r}{r} = 1$ 。

$$\sin 90^\circ = 1$$

5

有名角の値

$\cos 180^\circ$ の値を求めよ。

値 -1

$\theta = 180^\circ$ では $P(-r, 0)$ なので $\cos 180^\circ = \frac{-r}{r} = -1$ 。

$$\cos 180^\circ = -1$$

6

有名角の値

$\tan 0^\circ$ の値を求めよ。

値 0

$\theta = 0^\circ$ では $P(r, 0)$ なので $\tan 0^\circ = \frac{0}{r} = 0$ 。

$$\tan 0^\circ = 0$$

7

有名角の値

$\cos 150^\circ$ の値を求めよ。

値 $-\sqrt{3}/2$

$150^\circ = 180^\circ - 30^\circ$ 。公式 $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$ より $\cos 150^\circ = -\cos 30^\circ$ 。

$$\cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

- 8 $\cos \theta = \frac{1}{3}$ のとき、 $\cos(180^\circ - \theta)$ の値を求めよ。

値 $-1/3$

公式 $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$ に $\cos \theta = \frac{1}{3}$ を代入する。

$$\cos(180^\circ - \theta) = -\frac{1}{3}$$

- 9 $\sin \theta = \frac{2}{5}$ のとき、 $\sin(180^\circ - \theta)$ の値を求めよ。

値 $2/5$

公式 $\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta$ より、そのまま同じ値になる。

$$\sin(180^\circ - \theta) = \frac{2}{5}$$

- 10 $\sin \theta = \frac{3}{4}$ のとき、 $\cos(90^\circ - \theta)$ の値を求めよ。

値 $3/4$

公式 $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$ より、そのまま同じ値になる。

$$\cos(90^\circ - \theta) = \frac{3}{4}$$

11 $\tan \theta = 2$ のとき、 $\tan(90^\circ - \theta)$ の値を求めよ。

値 1/2

公式 $\tan(90^\circ - \theta) = \frac{1}{\tan \theta}$ に $\tan \theta = 2$ を代入する。

$$\tan(90^\circ - \theta) = \frac{1}{2}$$

12 $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) を満たす θ をすべて求めよ。(コンマ区切りで小さい順に入力)

$\theta =$ 60,120

有名角の表より $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。基準角は 60° 。

$\sin \theta$ は正なので $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ も解になる ($\sin 120^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$)。

$$\theta = 60^\circ, 120^\circ$$

13 $\cos \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) を満たす θ を求めよ。

$\theta =$ 135

$\cos \theta$ が負なので θ は鈍角。有名角の表より $\cos 135^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

$\cos \theta$ は単調に減少するので、他に解はない。

$$\theta = 135^\circ$$

14 $\tan \theta = \sqrt{3}$ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$, $\theta \neq 90^\circ$) を満たす θ を求めよ。

$\theta = \underline{60}$

$\tan \theta$ が正なので θ は鋭角 ($0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ 、鈍角側では $\tan \theta < 0$ になるため)。
有名角の表より $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ 。この範囲で他に解はない。

$\theta = 60^\circ$

挑戦 (15~18)

15

一般的に成り立つ関係

$\cos \theta = -\frac{1}{3}$ のとき、 $\cos(180^\circ - \theta) + \cos \theta$ の値を求めよ。

値 $\underline{0}$

公式 $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$ より、

$$\cos(180^\circ - \theta) + \cos \theta = -\cos \theta + \cos \theta = 0$$

これは $\cos \theta$ の値によらず、 θ がどんな角でも常に成り立つ関係になっている。だから

$\cos \theta = -\frac{1}{3}$ という具体的な値は実は使わなくても答えが出せる。

$$\cos(180^\circ - \theta) + \cos \theta = 0$$

16

符号の変化に注目

$\tan \theta = -2$ ($90^\circ < \theta < 180^\circ$) のとき、 $\tan(180^\circ - \theta)$ の値を求めよ。

値 $\underline{2}$

公式 $\tan(180^\circ - \theta) = -\tan \theta$ に $\tan \theta = -2$ を代入する。

$$\tan(180^\circ - \theta) = -(-2) = 2$$

$$\tan(180^\circ - \theta) = 2$$

17

2つの候補から1つに絞る

$\sin \theta = \frac{1}{2}$ かつ $\cos \theta < 0$ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) を満たす θ を求めよ。

$\theta = \underline{150}$

$\sin \theta = \frac{1}{2}$ を満たす θ は 30° と 150° の2つ (例題4と同じ)。

条件 $\cos \theta < 0$ を確認すると、 $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} > 0$ なので 30° は不適。

$\cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} < 0$ なので 150° は条件に合う。

$\theta = 150^\circ$

18

方程式を解いてから別の値を求める

$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ かつ $90^\circ < \theta < 180^\circ$ を満たすとき、 $\cos \theta$ の値を求めよ。

値 $\underline{-1/2}$

$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす θ は $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ の範囲で 60° と 120° の2つ。

条件 $90^\circ < \theta < 180^\circ$ を満たすのは 120° だけなので、 $\theta = 120^\circ$ に決まる。

有名角の表より $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$ 。

$\theta = 120^\circ$ 、 $\cos \theta = -\frac{1}{2}$

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。方程式が少し複雑になったり、複数の公式を組み合わせたりする問題に挑戦しよう。

応1

$\sin \theta = \cos \theta$ 型

$\sin \theta = \cos \theta$ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) を満たす θ を求めよ。

$\theta =$ 45

$\theta = 90^\circ$ では $\cos \theta = 0$, $\sin \theta = 1$ で等しくないので、 $\cos \theta \neq 0$ として両辺を $\cos \theta$ で割ってよい。

$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 1$ 、つまり $\tan \theta = 1$ 。

$\tan \theta$ が正になるのは $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ の範囲だけ ($90^\circ < \theta < 180^\circ$ では $\tan \theta < 0$ になるため、そちらに解はない)。

有名角の表より $\tan 45^\circ = 1$ 。

$\theta = 45^\circ$

応2

$\tan \theta$ の方程式 (2乗)

$\tan^2 \theta = 3$ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$, $\theta \neq 90^\circ$) を満たす θ をすべて求めよ。(コンマ区切りで小さい順に入力)

$\theta =$ 60,120

$\tan^2 \theta = 3$ より $\tan \theta = \sqrt{3}$ または $\tan \theta = -\sqrt{3}$ 。

$\tan \theta = \sqrt{3}$ (正) となるのは鋭角側。有名角の表より $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ 。

$\tan \theta = -\sqrt{3}$ (負) となるのは鈍角側。有名角の表より $\tan 120^\circ = -\sqrt{3}$ 。

どちらも $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ の範囲に入っている。

$\theta = 60^\circ, 120^\circ$

応3

簡単な三角不等式 (範囲で入力)

$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ の範囲で、 $\sin \theta \geq \frac{1}{2}$ を満たす θ の範囲を求めよ。(不等号の両端の値を入力)

30 $^\circ \leq \theta \leq$ 150 $^\circ$

有名角の表より $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ 、 $\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$ 。

$\sin \theta$ は $\theta = 0^\circ$ から 90° まで増加して 1 になり、そこから 180° まで減少して 0 に戻る (山型)。

30° と 150° の間 (山の頂上を含む部分) ではつねに $\sin \theta \geq \frac{1}{2}$ 、その外側では $\sin \theta < \frac{1}{2}$ になる。

$30^\circ \leq \theta \leq 150^\circ$

応4

$90^\circ - \theta$ と $180^\circ - \theta$ の混合式

$\sin \theta = \frac{3}{5}$, $\cos \theta = \frac{4}{5}$ のとき、 $\sin(90^\circ - \theta) \times \cos(180^\circ - \theta)$ の値を求めよ。

値 $-\frac{16}{25}$

公式 $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta = \frac{4}{5}$ 。

公式 $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta = -\frac{4}{5}$ 。

$$\sin(90^\circ - \theta) \times \cos(180^\circ - \theta) = \frac{4}{5} \times \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{16}{25}$$

$$-\frac{16}{25}$$

応5

三角形の内角への応用

三角形 ABC の内角 A , B , C について $A + B + C = 180^\circ$ が成り立つ。

$B + C = 150^\circ$ のとき、 $\sin A$ の値を求めよ。 $(A = 180^\circ - (B + C))$ であることを利用せよ)

値 $\frac{1}{2}$

$$A = 180^\circ - (B + C) = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ。$$

公式 $\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta$ を $\theta = B + C$ として使うと $\sin A = \sin(180^\circ - (B + C)) = \sin(B + C) = \sin 150^\circ$ となることも確認できる。

有名角の表より $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ 。

$$\sin A = \frac{1}{2}$$