

逆・裏・対偶と証明

問題プリント（全22問）

氏名 _____

得点 /22点

DRILL

練習問題（全15問）

基本（1～5）

1 対偶の性質

命題 $p \Rightarrow q$ の逆・裏・対偶のうち、必ず元の命題と真偽が一致するものはどれか。

答え（逆 / 裏 / 対偶）

2 逆の真偽+反例

命題「自然数 n について、 n が4の倍数ならば n は2の倍数である」の逆の真偽を答えよ。また、その反例を（自然数の中でいちばん小さいもの）1つ答えよ。

逆の真偽（真 / 偽） 反例 $n =$

3 逆の真偽+反例

命題「自然数 n について、 n が9の倍数ならば n は3の倍数である」の逆の真偽を答えよ。また、いちばん小さい反例を1つ答えよ。

逆の真偽（真 / 偽） 反例 $n =$

4 逆の真偽+反例（負の数）

命題「実数 x について、 $x = 3$ ならば $x^2 = 9$ である」の逆の真偽を答えよ。また、負の数の反例を1つ答えよ。

逆の真偽（真 / 偽） 反例 $x =$

5 逆が真になる例

命題「実数 x について、 $x = 0$ ならば $x^2 = 0$ である」の逆の真偽を答えよ。

逆の真偽（真 / 偽）

標準（6～10） ※逆だけでなく裏・対偶も出てくる

6 命題「整数 n について、 n が偶数ならば n^2 は偶数である」の逆の真偽を答えよ。（STEP2の証明で確認した事実を思い出そう）

逆の真偽（真 / 偽）

7 命題「実数 x について、 $x > 3$ ならば $x > 0$ である」の逆の真偽を答えよ。また、1桁の自然数の中でいちばん小さい反例を1つ答えよ。

逆の真偽（真 / 偽） 反例 $x =$

8 命題「四角形ABCDについて、ABCDが正方形ならばABCDは長方形である」の逆の真偽を答えよ。

逆の真偽（真 / 偽）

9 対偶の真偽（性質の利用）

命題「実数 x について、 $x^2 = 1$ ならば $x = 1$ である」の対偶の真偽を答えよ。（元の命題自体の真偽から考えよう）

対偶の真偽（真 / 偽）

10

裏の真偽

命題「整数 n について、 n^2 が奇数ならば n は奇数である」の裏（ $\neg p \Rightarrow \neg q$ の形）の真偽を答えよ。

裏の真偽（真 / 偽）

挑戦（11～15） ※証明問題（入力欄なし、自分で書いてから確認しよう）

11

対偶証明

n を整数とする。「 n^2 が奇数ならば n は奇数である」を証明せよ。

12

対偶証明（場合分け）

n を整数とする。「 n^2 が3の倍数ならば n は3の倍数である」を証明せよ。

13

背理法（少なくとも一方）

実数 a, b について、「 $a + b$ が無理数ならば、 a と b の少なくとも一方は無理数である」を証明せよ。

14

背理法（存在しないことの証明）

自然数の中に、最大のものは存在しないことを証明せよ。

15

直接証明

すべての実数 x について、 $x^2 - 4x + 5 > 0$ が成り立つことを証明せよ。

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。背理法を使いこなして、入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

背理法の応用（ $\sqrt{3}$ ）

$\sqrt{3}$ は無理数であることを証明せよ。（練習問題12で証明した「 n^2 が3の倍数ならば n は3の倍数である」を使ってよい）

応2

背理法の応用（有理数+無理数）

a を有理数、 b を無理数とすると、 $a + b$ は無理数であることを証明せよ。

応3

真偽判定（無理数どうしの和）

命題「実数 x, y がともに無理数ならば、 $x + y$ は無理数である」の真偽を答えよ。また、真偽の判断に使える反例として、 $x + y$ の値を1つ答えよ。

真偽（真 / 偽） 反例における $x + y =$

応4

真偽判定（無理数×有理数）

命題「実数 x が無理数、実数 y が有理数ならば、 xy は無理数である」の真偽を答えよ。また、反例として使える y の値を1つ答えよ。

真偽（真 / 偽） 反例における $y =$

応5

背理法の応用（ $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ・場合分け）

$\sqrt{2} + \sqrt{3}$ は無理数であることを証明せよ。（ $\sqrt{2}$ が無理数であることは証明済みとしてよい）

DRILL

記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1 対偶を利用した証明で、なぜ元の命題を直接証明する代わりに対偶を証明すれば十分だといえるのかを、対偶と元の命題の関係に触れながら説明せよ。

記2 整数 a, b について、「 ab が奇数ならば、 a と b はともに奇数である」ことを、対偶を利用して証明せよ。
