

# 逆・裏・対偶と証明

問題プリント（全20問）

氏名 \_\_\_\_\_

得点 / 20点

## DRILL

## 練習問題（全15問）

## 基本 (1~5)

1

## 対偶の性質

命題 $p \Rightarrow q$ の逆・裏・対偶のうち、必ず元の命題と真偽が一致するものはどれか。

答え

計算スペース

2

逆の真偽＋反例

命題「自然数 $n$ について、 $n$ が4の倍数ならば $n$ は2の倍数である」の逆の真偽を答えよ。また、その反例を（自然数の中でいちばん小さいもの）1つ答えよ。

逆の真偽

反例  $n =$ 

計算スペース

3

逆の真偽＋反例

命題「自然数 $n$ について、 $n$ が9の倍数ならば $n$ は3の倍数である」の逆の真偽を答えよ。また、いちばん小さい反例を1つ答えよ。

逆の真偽

反例  $n =$ 

計算スペース

4

逆の真偽+反例（負の数）

命題「実数 $x$ について、 $x = 3$ ならば $x^2 = 9$ である」の逆の真偽を答えよ。また、負の数の反例を1つ答えよ。

逆の真偽

反例  $x =$ 

計算スペース

5

逆が真になる例

命題「実数 $x$ について、 $x = 0$ ならば $x^2 = 0$ である」の逆の真偽を答えよ。

逆の真偽

計算スペース

標準（6～10） ※逆だけでなく裏・対偶も出てくる

- 6** 命題「整数 $n$ について、 $n$ が偶数ならば $n^2$ は偶数である」の逆の真偽を答えよ。  
(STEP2の証明で確認した事実を思い出そう)

## 逆の真偽

|  |
|--|
|  |
|--|

## 計算スペース

- 7** 命題「実数 $x$ について、 $x > 3$ ならば $x > 0$ である」の逆の真偽を答えよ。また、1桁の自然数の中でいちばん小さい反例を1つ答えよ。

## 逆の真偽

\_\_\_\_\_

反例  $x =$

|  |
|--|
|  |
|--|

## 計算スペース

8 命題「四角形ABCDについて、ABCDが正方形ならばABCDは長方形である」の逆の真偽を答えよ。

## 逆の真偽

|  |
|--|
|  |
|--|

## 計算スペース

9

## 対偶の真偽（性質の利用）

命題「実数 $x$ について、 $x^2 = 1$ ならば $x = 1$ である」の対偶の真偽を答えよ。(元の命題自体の真偽から考えよう)

対偶の真偽

## 計算スペース



12

対偶証明（場合分け）

$n$ を整数とする。「 $n^2$ が3の倍数ならば $n$ は3の倍数である」を証明せよ。

計算スペース

13

背理法（少なくとも一方）

実数 $a, b$ について、「 $a + b$ が無理数ならば、 $a$ と $b$ の少なくとも一方は無理数である」を証明せよ。

計算スペース

14

背理法（存在しないことの証明）

自然数の中に、最大のものは存在しないことを証明せよ。

計算スペース

15

直接証明

すべての実数 $x$ について、 $x^2 - 4x + 5 > 0$ が成り立つことを証明せよ。



計算スペース

---

## DRILL

### 応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。背理法を使いこなして、入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

背理法の応用（ $\sqrt{3}$ ）

$\sqrt{3}$ は無理数であることを証明せよ。（練習問題12で証明した「 $n^2$ が3の倍数ならば  $n$ は3の倍数である」を使ってよい）

計算スペース

応2

背理法の応用（有理数＋無理数）

$a$ を有理数、 $b$ を無理数とすると、 $a + b$ は無理数であることを証明せよ。

計算スペース

応3

## 真偽判定（無理数どうしの和）

命題「実数 $x, y$ がともに無理数ならば、 $x + y$ は無理数である」の真偽を答えよ。  
また、真偽の判断に使える反例として、 $x + y$ の値を1つ答えよ。

真偽

|  |
|--|
|  |
|--|

反例における  $x + y =$

|  |
|--|
|  |
|--|

## 計算スペース

応4

### 真偽判定 (無理数×有理数)

命題「実数 $x$ が無理数、実数 $y$ が有理数ならば、 $xy$ は無理数である」の真偽を答えよ。また、反例として使える $y$ の値を1つ答えよ。

真偽

反例における  $y =$

|  |
|--|
|  |
|--|

## 計算スペース

応5

背理法の応用 ( $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ ・場合分け)

$\sqrt{2} + \sqrt{3}$ は無理数であることを証明せよ。 $(\sqrt{2}$ が無理数であることは証明済みとしてよい)

## 計算スペース