

集合

解答（全23問）

氏名 _____

得点 _____ / 23点

DRILL

練習問題（全18問）

基本（1～7）

1

要素の列挙・小さい順にコンマ区切り

$A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 、 $B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ のとき、 $A \cap B$ と $A \cup B$ をそれぞれ求めよ。

$A \cap B = \{ \underline{5,6,7} \}$ $A \cup B = \{ \underline{2,3,4,5,6,7,8,9} \}$

両方に入っている数を探すと 5, 6, 7。よって $A \cap B = \{5, 6, 7\}$ 。
重複させずに全部を集めると 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9。よって $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 。

$A \cap B = \{5, 6, 7\}$ 、 $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

2

個数の公式

40人のクラスで、英語が好きな生徒は25人、数学が好きな生徒は18人、両方好きな生徒は10人であった。英語か数学のどちらかが好きな生徒は何人か。また、どちらも好きではない生徒は何人か。

どちらかが好き 33 人 どちらも好きでない 7 人

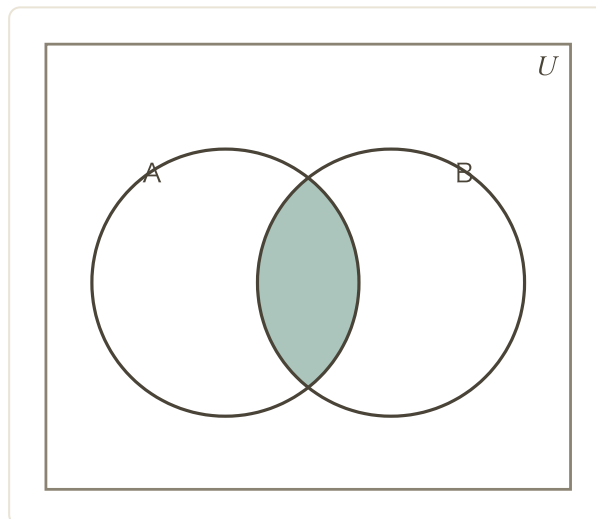
$$n(\text{英} \cup \text{数}) = n(\text{英}) + n(\text{数}) - n(\text{英} \cap \text{数}) = 25 + 18 - 10 = 33。$$

クラス全体は40人なので、どちらも好きでない生徒は $40 - 33 = 7$ 人。

どちらかが好きな生徒は33人、どちらも好きでない生徒は7人

3

ベン図の読み取り



$$n(A)=15、n(B)=12、n(A \cap B)=5$$

上のベン図のように、 $n(A) = 15$ 、 $n(B) = 12$ 、 $n(A \cap B) = 5$ であるとき、 $n(A \cup B)$ を求めよ。

$$n(A \cup B) = \underline{22}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 15 + 12 - 5 = 22。$$

$$n(A \cup B) = 22$$

4

要素の列挙

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 、 $B = \{3, 6, 9\}$ のとき、 $A \cap B$ と $A \cup B$ をそれぞれ求めよ。

$$A \cap B = \{ \underline{6} \} \quad A \cup B = \{ \underline{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10} \}$$

両方に入っている数は 6 だけ。よって $A \cap B = \{6\}$ 。

重複させずに全部集めると 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10。よって $A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10\}$ 。

$$A \cap B = \{6\}、A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10\}$$

5

個数の公式

30人のグループで、紅茶が好きな人は20人、コーヒーが好きな人は15人、両方好きな人は8人であった。紅茶かコーヒーのどちらかが好きな人は何人か。また、どちらも好きではない人は何人か。

どちらかが好き 27 人 どちらも好きでない 3 人

$$n(\text{紅茶} \cup \text{コーヒー}) = 20 + 15 - 8 = 27。$$

グループ全体は30人なので、どちらも好きでない人は $30 - 27 = 3$ 人。

どちらかが好きな人は27人、どちらも好きでない人は3人

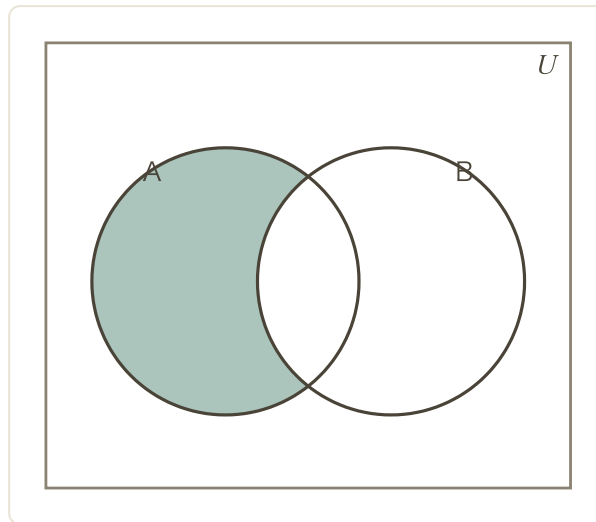
$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 、 $B = \{2, 3, 5, 7\}$ のとき、 $A \cap B$ と $A \cup B$ をそれぞれ求めよ。

$$A \cap B = \{ \underline{3, 5, 7} \} \quad A \cup B = \{ \underline{1, 2, 3, 5, 7, 9} \}$$

両方に入っている数は 3, 5, 7。よって $A \cap B = \{3, 5, 7\}$ 。

重複させずに全部集めると 1, 2, 3, 5, 7, 9。よって $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ 。

$$A \cap B = \{3, 5, 7\}、A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$$



$$n(A)=20, n(B)=14, n(A \cap B)=6$$

上のベン図の色がついた部分は「 A だけに入っていて B には入っていない部分」を表す。 $n(A) = 20$ 、 $n(B) = 14$ 、 $n(A \cap B) = 6$ であるとき、色がついた部分の個数を求めよ。

A だけの個数 14

A の要素のうち、 B にも入っている分 ($A \cap B$) を除けば「 A だけ」の個数になる。

$$A \text{ だけの個数} = n(A) - n(A \cap B) = 20 - 6 = 14。$$

A だけに入っている個数は14

- 8 $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ 、 $B = \{3, 6, 9\}$ のとき、 $A \cap B$ と $A \cup B$ をそれぞれ求めよ。

$$A \cap B = \{ \underline{3, 6, 9} \} \quad A \cup B = \{ \underline{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} \}$$

B の要素 $3, 6, 9$ はどれも A の中にある。つまり $B \subset A$ 。

このように $B \subset A$ のときは、両方に入っている部分は B そのものなので $A \cap B = B = \{3, 6, 9\}$ 。

また、どちらか一方に入っている部分は A そのものになるので $A \cup B = A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 。

$$A \cap B = \{3, 6, 9\}、A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

- 9 $n(A) = 15$ 、 $n(B) = 9$ 、 $n(A \cup B) = 20$ であるとき、 $n(A \cap B)$ を求めよ。

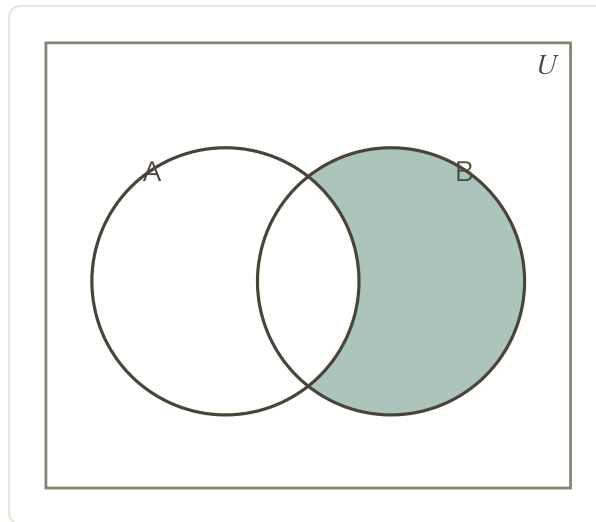
$$n(A \cap B) = \underline{4}$$

公式 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ を $n(A \cap B)$ について解くと、

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 15 + 9 - 20 = 4。$$

$$n(A \cap B) = 4$$

10



$$n(A)=18, n(B)=25, n(A \cap B)=9$$

上のベン図の色がついた部分は「 B だけに入っていて A には入っていない部分」を表す。 $n(A) = 18$ 、 $n(B) = 25$ 、 $n(A \cap B) = 9$ であるとき、色がついた部分の個数を求めよ。

B だけの個数 16

B の要素のうち、 A にも入っている分 ($A \cap B$) を除けば「 B だけ」の個数になる。

$$B \text{ だけの個数} = n(B) - n(A \cap B) = 25 - 9 = 16。$$

B だけに入っている個数は16

- 11 $n(A) = 12$ 、 $n(A \cap B) = 5$ 、 $n(A \cup B) = 23$ であるとき、 $n(B)$ を求めよ。

$$n(B) = \underline{16}$$

公式 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ に、わかっている値をあてはめると、

$$23 = 12 + n(B) - 5$$

$$23 = 7 + n(B)$$

$$n(B) = 23 - 7 = 16。$$

$$n(B) = 16$$

- 12 A を 20 以下の 4 の倍数全体の集合、 B を 20 以下の 6 の倍数全体の集合とする。 $A \cap B$ と $A \cup B$ をそれぞれ求めよ。

$$A \cap B = \{ \underline{12} \} \quad A \cup B = \{ \underline{4, 6, 8, 12, 16, 18, 20} \}$$

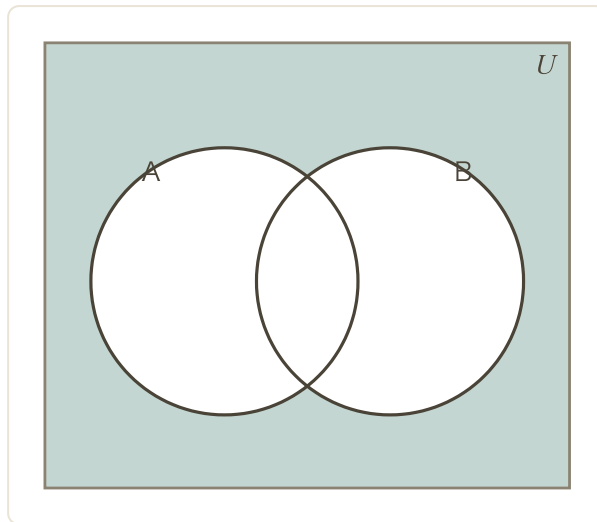
まず要素を書き出す。 $A = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ 、 $B = \{6, 12, 18\}$ 。

両方に入っている数は 12 だけ (4 と 6 の公倍数、つまり 12 の倍数のうち 20 以下のもの)。よって $A \cap B = \{12\}$ 。

重複させずに全部集めると 4, 6, 8, 12, 16, 18, 20。よって $A \cup B = \{4, 6, 8, 12, 16, 18, 20\}$ 。

$$A \cap B = \{12\}、A \cup B = \{4, 6, 8, 12, 16, 18, 20\}$$

13



全体 $n(U)=50$ 、 $n(A)=22$ 、 $n(B)=19$ 、 $n(A \cap B)=7$

上のベン図の色がついた部分は「 A にも B にも入っていない部分」を表す。全体集合 U について $n(U) = 50$ 、 $n(A) = 22$ 、 $n(B) = 19$ 、 $n(A \cap B) = 7$ であるとき、色がついた部分の個数を求めよ。

どちらにも入っていない個数 16

まず $A \cup B$ の個数を求める。 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 22 + 19 - 7 = 34$ 。

「どちらにも入っていない」個数は、全体から $A \cup B$ を除いたものなので $n(U) - n(A \cup B) = 50 - 34 = 16$ 。

どちらにも入っていない個数は16

- 14 42人のクラスで、犬を飼っている生徒は18人、犬を飼っているか猫を飼っているかのどちらかである生徒は27人、両方とも飼っている生徒は9人であった。猫を飼っている生徒は何人か。

猫を飼っている生徒 18 人

犬を飼っている生徒の集合を D 、猫を飼っている生徒の集合を C とする。公式にあてはめると、

$$n(D \cup C) = n(D) + n(C) - n(D \cap C)$$

$$27 = 18 + n(C) - 9$$

$$27 = 9 + n(C)$$

$$n(C) = 27 - 9 = 18。$$

猫を飼っている生徒は18人

15

約数の集合

A を 12 の正の約数全体の集合、 B を 18 の正の約数全体の集合とする。 $A \cap B$ と $A \cup B$ をそれぞれ求めよ。

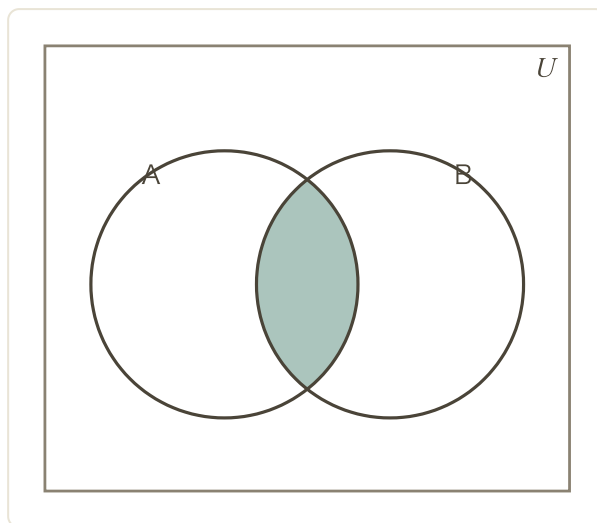
$$A \cap B = \{ \underline{1, 2, 3, 6} \} \quad A \cup B = \{ \underline{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18} \}$$

まず約数を書き出す。12 の正の約数は $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 。18 の正の約数は $B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ 。

両方に入っている数 (12 と 18 の公約数) は 1, 2, 3, 6。よって $A \cap B = \{1, 2, 3, 6\}$ 。

重複させずに全部集めると 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18。よって $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18\}$ 。

$$A \cap B = \{1, 2, 3, 6\}, \quad A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18\}$$



$n(U)=60$ 、 A だけの個数25、 B だけの個数20、どちらにも入っていない個数8

上のベン図の色がついた部分 ($A \cap B$) の個数を求める問題。全体集合 U について $n(U) = 60$ 、「 A だけ」の個数が 25、「 B だけ」の個数が 20、「どちらにも入っていない」個数が 8 であるとき、 $n(A \cap B)$ 、 $n(A)$ 、 $n(B)$ をそれぞれ求めよ。

$$n(A \cap B) = \underline{7} \quad n(A) = \underline{32} \quad n(B) = \underline{27}$$

全体は「 A だけ」「 B だけ」「 $A \cap B$ 」「どちらにも入っていない」の4つの部分に分かれ、その合計が $n(U)$ になる。

$$25 + 20 + n(A \cap B) + 8 = 60$$

$$53 + n(A \cap B) = 60$$

$$n(A \cap B) = 7。$$

$n(A)$ は「 A だけ」の個数と $A \cap B$ の個数を合わせたものなので $n(A) = 25 + 7 = 32$ 。

同じように $n(B)$ は「 B だけ」の個数と $A \cap B$ の個数を合わせたものなので $n(B) = 20 + 7 = 27$ 。

$$n(A \cap B) = 7, n(A) = 32, n(B) = 27$$

50人にアンケートをとったところ、サッカーが好きな人は28人、野球が好きな人は24人、どちらも好きではない人は9人であった。サッカーと野球の両方が好きな人は何人か。

両方好きな人 11 人

「どちらも好きではない」人が9人なので、「サッカーか野球のどちらかが好き」な人は $50 - 9 = 41$ 人。

公式 $n(\text{サッカー} \cup \text{野球}) = n(\text{サッカー}) + n(\text{野球}) - n(\text{サッカー} \cap \text{野球})$ より、

$$41 = 28 + 24 - n(\text{サッカー} \cap \text{野球})$$

$$41 = 52 - n(\text{サッカー} \cap \text{野球})$$

$$n(\text{サッカー} \cap \text{野球}) = 52 - 41 = 11。$$

サッカーと野球の両方が好きな人は11人

45人のクラスで、数学の宿題を忘れた人は20人、英語の宿題を忘れた人は15人、両方とも忘れなかった人は18人であった。数学と英語の両方とも忘れた人は何人か。

両方忘れた人 8 人

「両方とも忘れなかった」人が18人なので、「数学か英語のどちらか（または両方）を忘れた」人は $45 - 18 = 27$ 人。

公式 $n(\text{数学} \cup \text{英語}) = n(\text{数学}) + n(\text{英語}) - n(\text{数学} \cap \text{英語})$ より、

$$27 = 20 + 15 - n(\text{数学} \cap \text{英語})$$

$$27 = 35 - n(\text{数学} \cap \text{英語})$$

$$n(\text{数学} \cap \text{英語}) = 35 - 27 = 8。$$

数学と英語の両方を忘れた人は8人

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。部分集合の個数や3つの集合の計算など、入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

部分集合の個数（ 2^n 乗）

集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ の部分集合（空集合や A 自身も含む）は全部で何個あるか。また、そのうち要素 1 を必ず含む部分集合は何個あるか。

部分集合の総数 32 個 1 を含む部分集合 16 個

部分集合を作るとき、 A の要素それぞれについて「入れる」か「入れない」かの2通りの選び方がある。要素は 5 個あるので、部分集合の総数は $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$ 個。

要素 1 を必ず含む場合は、1 は「入れる」に固定されるので、残り 4 個の要素（2, 3, 4, 5）だけが自由に選べる。よってその個数は $2^4 = 16$ 個。

部分集合は全部で32個、そのうち1を含むものは16個

あるクラス50人にアンケートをとったところ、犬を飼っている人は30人、猫を飼っている人は25人、鳥を飼っている人は15人、犬と猫の両方を飼っている人は12人、猫と鳥の両方を飼っている人は8人、犬と鳥の両方を飼っている人は7人、犬・猫・鳥のすべてを飼っている人は3人であった。犬・猫・鳥のうち少なくとも1つを飼っている人は何人か。また、どれも飼っていない人は何人か。

少なくとも1つ飼っている 46 人 どれも飼っていない 4 人

犬・猫・鳥の集合をそれぞれ D, C, B とする。3つの集合の場合、2つずつの重なりをそれぞれ引き、3つとも重なる部分を最後に1回足し戻す。

$$n(D \cup C \cup B) = n(D) + n(C) + n(B) - n(D \cap C) - n(C \cap B) - n(D \cap B) + n(D \cap C \cap B)$$

$$= 30 + 25 + 15 - 12 - 8 - 7 + 3$$

$$= 70 - 27 + 3 = 46。$$

クラス全体は50人なので、どれも飼っていない人は $50 - 46 = 4$ 人。

少なくとも1つ飼っている人は46人、どれも飼っていない人は4人

全体集合 $U = \{1, 2, \dots, 20\}$ の部分集合として、 A を U の中の 3 の倍数全体、 B を U の中の 4 の倍数全体とする。ド・モルガンの法則 $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ を用いて、 3 の倍数でも 4 の倍数でもない数の個数を求めよ。

3の倍数でも4の倍数でもない数の個数 10 個

まず A, B を書き出す。 $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ より $n(A) = 6$ 。 $B = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ より $n(B) = 5$ 。

$A \cap B$ は 3 と 4 の公倍数、つまり 12 の倍数のうち 20 以下のもので $\{12\}$ 、 $n(A \cap B) = 1$ 。

$$n(A \cup B) = 6 + 5 - 1 = 10。$$

求めたいのは「 3 の倍数でも 4 の倍数でもない数」、つまり $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ の個数。これは全体から $A \cup B$ を除いたものなので、 $n(\overline{A \cup B}) = n(U) - n(A \cup B) = 20 - 10 = 10$ 。

3の倍数でも4の倍数でもない数は10個

全体集合 U の要素の個数は $n(U) = 16$ である。集合 A, B について、「どちらにも属さない要素」の個数が 4、 $n(A \cap B) = 6$ 、 $n(A) = n(B)$ であるとき、 $n(A)$ を求めよ。

$$n(A) = \underline{9}$$

「どちらにも属さない要素」が4個なので、 $n(A \cup B) = n(U) - 4 = 16 - 4 = 12$ 。
。

公式 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ に $n(A) = n(B)$ をあてはめると、

$$12 = n(A) + n(A) - 6$$

$$12 = 2n(A) - 6$$

$$2n(A) = 18$$

$$n(A) = 9。$$

$$n(A) = 9$$

50人の生徒に数学と英語のどちらが得意か尋ねたところ、数学が得意な人は32人、英語が得意な人は28人、どちらも苦手な人は6人であった。数学だけが得意（英語は得意ではない）な人は何人か。

数学だけが得意な人 16 人

「どちらも苦手」な人が6人なので、「数学か英語のどちらかが得意」な人は $50 - 6 = 44$ 人。

$n(\text{数学} \cup \text{英語}) = n(\text{数学}) + n(\text{英語}) - n(\text{数学} \cap \text{英語})$ より、

$$44 = 32 + 28 - n(\text{数学} \cap \text{英語})$$

$$n(\text{数学} \cap \text{英語}) = 60 - 44 = 16。$$

「数学だけが得意」な人は、数学が得意な人から両方得意な人を除けばよいので、

$$32 - 16 = 16 \text{ 人。}$$

数学だけが得意な人は16人