

集合と命題 まとめ

問題プリント（全27問）

氏名 _____

得点 _____ / 27点

DRILL

まとめテスト（標準）

基本（1～15）

1

集合の演算

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 、 $B = \{4, 8, 12, 16\}$
のとき、 $A \cap B$ と $A \cup B$ をそれぞれ求めよ。

$A \cap B = \{ \quad \}$ $A \cup B = \{ \quad \}$

2

個数の公式

$n(A) = 13$ 、 $n(B) = 9$ 、 $n(A \cap B) = 4$ であるとき、 $n(A \cup B)$ を求めよ。

$n(A \cup B) = \quad$

3

部分集合の個数

集合 $C = \{a, b, c, d, e, f\}$ （要素6個）の部分集合（空集合や C 自身も含む）は全部で何個あるか。

部分集合の総数 $\quad$ 個

4

補集合

$U = \{1, 2, \dots, 12\}$ を全体集合とする。 A を U の中の3の倍数全体の集合とすると、 A と $\overline{A}$ をそれぞれ求めよ。

$A = \{ \quad \}$ $\overline{A} = \{ \quad \}$

5

真偽判定

命題「 $x = 6$ ならば $x^2 = 36$ 」の真偽を答えよ（真/偽を入力）。

答え（真 / 偽）

6

真偽判定+反例

命題「 $x^2 = 9$ ならば $x = 3$ 」の真偽を答え、偽ならば反例となる x の値を求めよ。

真偽（真 / 偽） 反例 $x = \quad$

7

十分・必要の判定

p : 「 n は8の倍数」、 q : 「 n は4の倍数」とする。
 p は q であるための何条件か（十分/必要/必要十分/どちらでもない を入力）。

答え

（十分条件 / 必要条件 / 必要十分条件 / どちらでもない）

8

十分・必要の判定（7の逆）

p : 「 n は4の倍数」、 q : 「 n は8の倍数」とする
（7の p, q を入れ替えたもの）。 p は q であるための何条件か。

答え

（十分条件 / 必要条件 / 必要十分条件 / どちらでもない）

9

否定を作る（ド・モルガン）

命題「 $x < 3$ または $x > 9$ 」の否定を作り、
 $a \leq x \leq b$ の形で表すときの a, b の値を求めよ。

$a =$ $b =$

10

逆の真偽+反例

命題「自然数 n について、 $n > 6$ ならば $n > 3$ である」の逆の真偽を答えよ。また、自然数の中でいちばん小さい反例を1つ答えよ。

逆の真偽（真 / 偽） 反例 $n =$

11

対偶の真偽

命題「自然数 n について、 n が5の倍数ならば n は10の倍数である」の対偶の真偽を答えよ（まず元の命題の真偽を考えてから判断しよう）。

対偶の真偽（真 / 偽）

12

裏の真偽+反例

命題「 $n = 4$ ならば $n^2 = 16$ である」の裏（ $\neg p \Rightarrow \neg q$ の形）の真偽を答え、偽ならば反例となる n の値を求めよ。

裏の真偽（真 / 偽） 反例 $n =$

13

条件の判定（抽象）

命題「 $p \Rightarrow q$ が真、 $q \Rightarrow p$ が偽」であることが分かっているとき、 p は q であるための何条件か。

答え

（十分条件 / 必要条件 / 必要十分条件 / どちらもでない）

14

「～だけ」の個数

$n(A) = 18, n(A \cap B) = 6$ であるとき、「 A だけに入っていて B には入っていない」個数を求めよ。

A だけの個数

15

「どちらでもない」の個数

全体集合 U について $n(U) = 40, n(A \cup B) = 27$ であるとき、 A にも B にも入っていない個数を求めよ。

どちらにも入っていない個数

発展（16～25）

16

部分集合の個数（条件付き）

集合 $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ （要素6個）の部分集合は全部で何個あるか。また、そのうち要素 1 と 2 を両方とも必ず含む部分集合は何個あるか。

部分集合の総数 個 1 と 2

を両方含む部分集合 個

17

3つの集合の個数

60人にアンケートをとったところ、バスケットが好きな人は28人、サッカーが好きな人は25人、野球が好きな人は20人、バスケットとサッカーの両方が好きな人は12人、サッカーと野球の両方が好きな人は10人、バスケットと野球の両方が好きな人は9人、3つとも好きな人は5人であった。バスケット・サッカー・野球のうち少なくとも1つが好きな人は何人か。また、どれも好きでない人は何人か。

少なくとも1つ好き

人 どれも好きでない 人

18

ド・モルガン×個数

全体集合 $U = \{1, 2, \dots, 30\}$ の部分集合として、 A を U の中の5の倍数全体、 B を U の中の6の倍数全体とする。ド・モルガンの法則 $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ を用いて、5の倍数でも6の倍数でもない数の個数を求めよ。

5の倍数でも6の倍数でもない数の個数

個

19

必要十分（因数分解）

x を実数とする。 $p:「x^2 - 6x + 9 = 0」$ 、 $q:「x = 3」$ とする。 p は q であるための何条件か。

答え

(十分条件 / 必要条件 / 必要十分条件 / どちらでもない)

20

推移律

3つの条件 p, q, r について、命題「 $p \Rightarrow q$ 」と「 $q \Rightarrow r$ 」がともに真であることが分かっている。このとき、 p は r であるための何条件といえるか。

答え

(十分条件 / 必要条件 / 必要十分条件 / どちらでもない)

21

逆・裏・対偶をまとめて判定

命題「実数 x について、 $x^2 - 16 = 0$ ならば $x = 4$ である」の逆・裏・対偶それぞれの真偽を答えよ。

逆の真偽 (真 / 偽) 裏の真偽 (真 / 偽)

対偶の真偽 (真 / 偽)

22

背理法の証明

a, b を有理数とする。「 $a + b\sqrt{2} = 0$ ならば $a = 0$ かつ $b = 0$ である」ことを証明せよ。($\sqrt{2}$ が無理数であることは証明済みとしてよい)

23

必要十分（2変数・実数条件）

a, b を実数とする。 $p:「a = 3$ かつ $b = -2」$ 、 $q:「(a - 3)^2 + (b + 2)^2 = 0」$ とする。 p は q であるための何条件か。

答え

(十分条件 / 必要条件 / 必要十分条件 / どちらでもない)

24

個数の文章題（方程式で逆算）

45人のクラスで、数学が得意な生徒の人数は、英語が得意な生徒の人数よりちょうど3人多かった。両方得意な生徒は10人、どちらも得意でない生徒は8人であった。英語が得意な生徒、数学が得意な生徒はそれぞれ何人か。

英語が得意 人 数学が得意

人

25

対偶証明（余りによる場合分け）

n を整数とする。「 n^2 が5の倍数ならば n は5の倍数である」を証明せよ。

E X A M

共通テスト形式チャレンジ（大問1）

目標時間 8分／配点 20点

文化祭実行委員の太郎さんと花子さんが、来場アンケートの結果について話している。全校生徒200人にアンケートをとったところ、「文化祭のパンフレットを読んだ」生徒と「文化祭のSNSをフォローした」生徒について、次のことが分かった。

太郎「パンフレットを読んだ生徒は120人、SNSをフォローした生徒は95人だったよ。」

花子「じゃあ、どちらもしなかった生徒の人数も教えて。」

太郎「それは40人だったよ。」

花子「その情報があれば、両方した生徒の人数も求められるはずだね。」

- (1) パンフレットを読んだか、SNSをフォローしたか、少なくとも一方をした生徒の人数を求めよ。全校生徒数から「どちらもしなかった」人数を引けばよい。

$$200 - 40 = \boxed{\text{ア}}\boxed{\text{イ}}\boxed{\text{ウ}} \text{ (人)}$$

アイウ

- (2) (1)で求めた160人と、集合の要素の個数の公式 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ を用いると、パンフレットを読み、かつSNSもフォローした生徒（両方した生徒）の人数は $\boxed{\text{エ}}\boxed{\text{オ}}$ 人である。

エオ

- (3) パンフレットは読んだが、SNSはフォローしなかった生徒の人数を求めよ。

 $\boxed{\text{カ}}\boxed{\text{キ}}$ 人

カキ

EXAM

共通テスト形式チャレンジ（大問2）

目標時間 8分 / 配点 20点

太郎さんと花子さんは、数学の授業で出た「自然数 n について、 n^2 がある数の倍数ならば、 n もその数の倍数といえるか」という問題について話し合っている。

太郎「先生が『 n^2 が12の倍数ならば、 n は12の倍数である』という命題を黒板に書いたよ。これは正しいと思う？」
花子「反例が見つければ、この命題はすぐに偽だと分かるよね。具体的な数で試してみよう。」

- (1) $n = 6$ のときの n^2 の値を求め、この命題（ n^2 が12の倍数ならば n は12の倍数である）が真か偽かを判定せよ（ $n = 6$ がこの命題の反例になっているかどうかを確認すればよい）。

$n^2 =$ この命題は （真または偽で答えよ）

アイ ウ（真 / 偽）

- (2) 花子「じゃあ、" n^2 が6の倍数ならば n は6の倍数である"だったらどうかな？ 12ではなく6で考えてみよう。」

太郎「6は 2×3 だから、2と3に分けて考えられそうだね。」

すでに学んだ2つの事実「 n^2 が偶数（2の倍数）ならば n は偶数である」と「 n^2 が3の倍数ならば n は3の倍数である」を組み合わせ、この命題（" n^2 が6の倍数ならば n は6の倍数である"）の真偽を判定せよ。

（真または偽で答えよ）

エ（真 / 偽）

- (3) 花子「じゃあ、" n が6の倍数である"ことと" n^2 が6の倍数である"ことは、必要十分条件と言えるかな？」

(1)(2)の結果を整理して判定せよ。（ n が6の倍数ならば n^2 も6の倍数になることは、すぐに確かめられる）

オ（十分条件 / 必要条件 / 必要十分条件 / どちらでもない）

DRILL

記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1 「集合の考え方」と「命題の考え方」は、この章の中でどのようにつながっているか。 $p \Rightarrow q$ と集合の包含関係 $P \subset Q$ の対応に触れながら説明せよ。

記2 ある命題を証明するとき、「直接証明」「対偶証明」「背理法」の3つの方法から、どれを選ぶべきかをどう判断すればよいか。それぞれの方法が向いている命題の形に触れながら、判断の手順を説明せよ。
