

# 軸や区間が動く最大・最小（場合分け）

問題プリント（全23問）

氏名 \_\_\_\_\_

得点 \_\_\_\_\_ / 23点

## DRILL

### 練習問題（全16問）

#### 基本（1～6）

1 区間が動く型： $a > 0$

$y = x^2$  ( $a \leq x \leq a + 2$ ) で  $a = 1$  のときの最小値を求めよ。

最小値  そのとき  $x =$

2 区間が動く型： $a + 2 < 0$

$y = x^2$  ( $a \leq x \leq a + 2$ ) で  $a = -3$  のときの最小値を求めよ。

最小値  そのとき  $x =$

3 区間が動く型：軸が区間の中

$y = x^2$  ( $a \leq x \leq a + 2$ ) で  $a = -1$  のときの最小値を求めよ。

最小値  そのとき  $x =$

4 軸が動く型： $a < 0$

$y = x^2 - 2ax + 3$  ( $0 \leq x \leq 2$ ) で  $a = -1$  のときの最小値を求めよ。

最小値  そのとき  $x =$

5 軸が動く型：軸が区間の中

$y = x^2 - 2ax + 3$  ( $0 \leq x \leq 2$ ) で  $a = 1$  のときの最小値を求めよ。

最小値  そのとき  $x =$

6 軸が動く型： $a > 2$

$y = x^2 - 2ax + 3$  ( $0 \leq x \leq 2$ ) で  $a = 3$  のときの最小値を求めよ。

最小値  そのとき  $x =$

#### 標準（7～12） ※自分でどの場合か判定しよう

7  $y = x^2 - 4x + 5$  ( $0 \leq x \leq a$ , ただし  $a > 0$ ) で  $a = 1$  のときの最小値を求めよ。

最小値  そのとき  $x =$

8  $y = x^2 - 4x + 5$  ( $0 \leq x \leq a$ , ただし  $a > 0$ ) で  $a = 3$  のときの最小値を求めよ。

最小値  そのとき  $x =$

9

境界のちょうど  $a=2$  で確認

$y = x^2 - 4x + 5$  ( $0 \leq x \leq a$ 、ただし  $a > 0$ )  
で  $a = 2$  のときの最小値を求めよ。

最小値  そのとき  $x =$

10

$y = -x^2 + 2ax$  ( $0 \leq x \leq 2$ ) で  $a = 0.5$  の  
ときの最大値を求めよ。

最大値  そのとき  $x =$

11

$y = -x^2 + 2ax$  ( $0 \leq x \leq 2$ ) で  $a = 3$  のと  
きの最大値を求めよ。

最大値  そのとき  $x =$

12

$y = -x^2 + 2ax$  ( $0 \leq x \leq 2$ ) で  $a = -1$  の  
ときの最大値を求めよ。

最大値  そのとき  $x =$

## 挑戦 (13~16)

13

区間が動く型・自分で完成させる

$y = x^2 - 4x$  ( $a \leq x \leq a + 2$ ) の最小値を  $a$   
の式で表せ (場合分けを完成させよ)。

14

軸が動く型・自分で完成させる

$y = x^2 - 2ax + 1$  ( $-1 \leq x \leq 1$ ) の最小値を  
 $a$  の式で表せ (場合分けを完成させよ)。

15

最大値の場合分け・自分で完成させる

$y = -x^2 + 2ax - 1$  ( $0 \leq x \leq 4$ ) の最大値を  
 $a$  の式で表せ (場合分けを完成させよ)。

16

最小値から  $a$  を逆算・すべて求める

$y = x^2 - 2ax + 3$  ( $0 \leq x \leq 2$ ) の最小値が  
 $-1$  になるような  $a$  の値をすべて求めよ。(複数  
あるときは「,」区切りで入力)

$a =$

## DRILL

## 応用問題 (プリント限定)

ここから先はPDF限定の腕試し。入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

最小値のそのまた最小値（二重の最適化）

$y = x^2 - 2ax + a^2 - 2a + 3$  ( $0 \leq x \leq 4$ ) の最小値を  $m(a)$  とする。 $m(a)$  を  $a$  の場合分けで表し、さらに  $m(a)$  自身がとりうる値の中でいちばん小さい値と、そのときの  $a$  の値を求めよ。

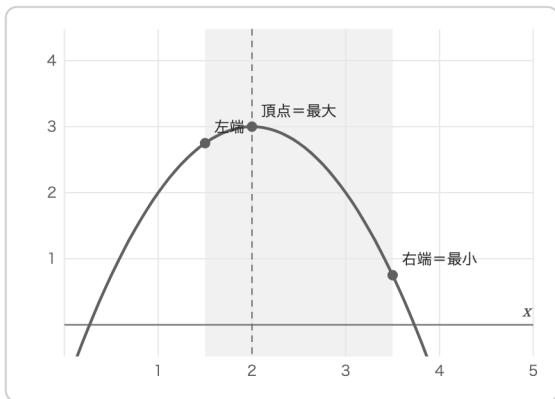
$m(a)$  の最小値  そのとき  $a =$

応2

上に凸の放物線で最大値・最小値を同時に求める

$y = -x^2 + 4x - 1$  ( $a \leq x \leq a + 2$ ) について、 $a = 1.5$  のときの最大値・最小値をそれぞれ求めよ。さらに、一般の  $a$  について最大値・最小値をそれぞれ場合分けで表せ（解説内で確認）。

$a = 1.5$  のとき 最大値  最小値



$a=1.5$  のとき、区間  $[1.5, 3.5]$  は軸  $x=2$  を含む  $\rightarrow$  最大は頂点3、最小は軸から遠い右端で0.75

応3

区間の幅そのものが  $a$  によって変わるタイプ

$y = x^2 - 6x + 5$  ( $a \leq x \leq 2a$ 、ただし  $a > 0$ ) について、 $a = 1$  のときの最小値を求めよ。

最小値  そのとき  $x =$

応4

最小値の方程式をすべての場合分けで解く

$y = x^2$  ( $a \leq x \leq a + 2$ ) の最小値が 4 になるような  $a$  の値をすべて求めよ。（複数あるときは「,」区切りで入力）

$a =$

応5

「常に成り立つ」条件を場合分けで求める（記述）

$y = x^2 - 2ax + 3$  ( $0 \leq x \leq 2$ ) の最小値が常に 0 以上になるような  $a$  の値の範囲を求めよ。

## DRILL 記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

**記1** 「区間が動く型」(例： $a \leq x \leq a+2$ )と「軸が動く型」(例： $y = x^2 - 2ax + 3$ 、 $0 \leq x \leq 2$ )は、一見すると別々の問題に見える。しかし場合分けの本質はどちらも同じである。その共通点を、軸と区間の位置関係という観点から説明せよ。

|  |
|--|
|  |
|  |
|  |
|  |

**記2**  $y = x^2 - 2ax + 5$  ( $1 \leq x \leq 4$ ) の最小値を、 $a$  の場合分けで求めよ。

|  |
|--|
|  |
|  |
|  |
|  |