

2次関数の最大値・最小値

問題プリント（全27問）

氏名 _____

得点 /27点

DRILL

練習問題（全20問）

基本（1～8）

1

区間指定なし

$y = x^2 - 6x + 8$ の最小値を求めよ。

最小値 そのとき $x =$

2

区間指定なし

$y = x^2 + 4x + 1$ の最小値を求めよ。

最小値 そのとき $x =$

3

区間指定なし・aが1でない

$y = 2x^2 - 4x + 5$ の最小値を求めよ。

最小値 そのとき $x =$

4

区間指定なし・上に凸

$y = -2x^2 + 8x - 3$ の最大値を求めよ。

最大値 そのとき $x =$

5

パターンA：軸が区間の中

$y = x^2 + 2x - 1$ ($-2 \leq x \leq 1$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$
) 最小値 ($x =$)

6

パターンB：軸が区間の外（左）

$y = x^2 - 2x$ ($3 \leq x \leq 6$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$
) 最小値 ($x =$)

7

パターンC：軸が区間の外（右）

$y = x^2 - 8x + 10$ ($0 \leq x \leq 3$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$
) 最小値 ($x =$)

8

パターンA：軸が区間の中

$y = x^2 - 4x + 5$ ($1 \leq x \leq 4$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$
) 最小値 ($x =$)

標準 (9~16) ※パターンは自分で判定

- 9 $y = x^2 - 2x - 3$ ($2 \leq x \leq 4$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$)
) 最小値 ($x =$)

- 10 $y = -x^2 + 4x$ ($1 \leq x \leq 5$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$)
) 最小値 ($x =$)

- 11 $y = 2x^2 - 4x + 3$ ($0 \leq x \leq 3$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$)
) 最小値 ($x =$)

- 12 $y = -x^2 + 4x - 1$ ($3 \leq x \leq 6$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$)
) 最小値 ($x =$)

- 13 $y = x^2 - 6x + 5$ ($0 \leq x \leq 4$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$)
) 最小値 ($x =$)

- 14 $y = -2x^2 - 4x + 1$ ($-3 \leq x \leq 0$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$)
) 最小値 ($x =$)

- 15 $y = \frac{1}{2}x^2 - x$ ($0 \leq x \leq 4$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$)
) 最小値 ($x =$)

- 16 最大となる x が 2 つ ある

$y = x^2 - 4x + 3$ ($1 \leq x \leq 3$) の最大値・最小値を求めよ。(最大となる x が 2 つ あるときは「1,3」のようにコンマ区切りで入力)

最大値 ($x =$)
) 最小値 ($x =$)

挑戦 (17~20)

- 17 頂点が区間の端にくる

$y = x^2 - 4x + 4$ ($2 \leq x \leq 5$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$)
) 最小値 ($x =$)

- 18 最大値と最小値の差

$y = x^2 - 2x + 2$ ($0 \leq x \leq 3$) について、最大値と最小値の差を求めよ。

差

- 19 文章題：面積の最大

周囲の長さが 20 の長方形がある。縦の長さを x とするとき、面積 S の最大値と、そのときの x を求めよ。

最大値 $S =$ そのとき $x =$

- 20 上に凸・値域

$y = -x^2 + 2x + 3$ ($0 \leq x \leq 3$) の最大値・最小値を求めよ。

最大値 ($x =$)
) 最小値 ($x =$)

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。置き換えや2変数の条件つき最大最小など、入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

置き換え型 (t=2次式)

$y = (x^2 - 2x - 2)^2$ ($-1 \leq x \leq 3$) の最大値・最小値を求めよ。

最小値 (そのとき $x =$) 最大値 (そのとき $x =$)

応2

2変数の条件つき最小 (1文字消去)

実数 x, y が $x + y = 4$ を満たすとき、 $x^2 + y^2$ の最小値を求めよ。

最小値 そのとき $x =$ $y =$

応3

文章題：壁を使った花壇の面積最大

学校の壁を1辺として利用し、残り3辺をフェンスで囲んで長方形の花壇を作る。フェンスの合計の長さが 24m であるとき、花壇の面積 S の最大値を求めよ。壁と平行な辺の長さを y m、壁に垂直な辺の長さを x m とする。

最大値 $S =$ そのとき $x =$ $y =$

応4

文章題：値下げと売上 (頂点が範囲の外)

ある店で1個 500円の商品売っている。この商品を1個 x 円値下げすると、1日の販売個数が $(100 + 2x)$ 個になるという。値下げできる範囲を $0 \leq x \leq 50$ とするとき、1日の売上金額 S (円) を最大にする x の値と、そのときの売上金額を求めよ。

$x =$ 売上金額 $S =$

応5

2変数の条件つき最大 (曲線上の点)

実数 x, y が $x^2 + y = 9$ 、 $x \geq 0$ 、 $y \geq 0$ を満たすとき、 $x + y$ の最大値を求めよ。

最大値 そのとき $x =$ $y =$

DRILL

記述チャレンジ

答えだけでなく「なぜそうなるか」を文章と式で書く練習。模範解答と見比べて、書き方の型を身につけよう。

記1

区間つきの2次関数の最大・最小を求めるとき、なぜ「場合分け」が必要になるのかを、軸 (頂点の位置) と区間の位置関係に触れながら説明せよ。

記2

$y = x^2 - 4x + 3$ の $0 \leq x \leq 3$ における最大値・最小値を、グラフの概形の説明を含めて記述せよ。

EXAM
共通テスト形式チャレンジ

目標時間 8分/配点 20点

花子さんのクラスでは、文化祭でオリジナルのキーホルダーを販売することになった。値上げをすると1個あたりの利益は増える一方で、売れる個数は減ってしまう。花子さんは、利益の合計が最大になる値上げの回数を、先生と一緒に考えている。次の会話を読んで、あとの問いに答えよ。

先生「値上げの回数を x (x は0以上の整数) とし、1回につき10円ずつ値上げすることにしよう。今の1個あたりの利益は60円、1日の販売個数は10個だったね。」

花子「はい。値上げの回数が1回増えるごとに、1個あたりの利益は10円ずつ増えて、その代わり1日の販売個数は1個ずつ減っていくみたいです。」

先生「じゃあ、1個あたりの利益と1日の販売個数を、まず x を使った式で表してみよう。」

- (1) 1個あたりの利益は $(60 + 10x)$ 円、1日の販売個数は $(10 - x)$ 個と表せる。1日の利益の合計を S 円とするとき、 S を x について整理し、さらに平方完成せよ。

$$S = (60 + 10x)(10 - x) = \boxed{\text{ア}}\boxed{\text{イ}}x^2 + \boxed{\text{ウ}}\boxed{\text{エ}}x + \boxed{\text{オ}}\boxed{\text{カ}}\boxed{\text{キ}} \quad (\boxed{\text{ア}}\boxed{\text{イ}} \text{ は符号もつけて入力})$$

$$S = -10(x - \boxed{\text{ク}})^2 + \boxed{\text{ケ}}\boxed{\text{コ}}\boxed{\text{サ}}$$

アイ ウエ オカキ ク ケコサ

- (2) 先生「値上げの回数 x は、文化祭の準備期間の都合で3以上5以下の整数に制限されることになった。」

(1)の結果を利用すると、この範囲での利益 S の最大値は $x = \boxed{\text{シ}}$ のとき $S = \boxed{\text{ス}}\boxed{\text{セ}}\boxed{\text{ソ}}$ である。

シ スセソ

- (3) 花子「値上げの回数を3～5に制限しなかった場合、利益が550円を下回らないようにするには、 x をどんな範囲にすればいいですか。」

x を0以上の実数とすると、 S が550円以上になる x の範囲を求めると、 $\boxed{\text{タ}} \leq x \leq \boxed{\text{チ}}$ である。

タ チ