

1次不等式

解答（全23問）

氏名 _____

得点 _____ / 23点

DRILL

練習問題（全18問）

基本（1～7）

1

基本の1次不等式

$2x + 5 > 11$ を解け。

x の範囲 $x > 3$

5 を移項して $2x > 11 - 5$ 、つまり $2x > 6$ 。両辺を2（正の数）で割る。

$$x > 3$$

2

$\leq$ を含む

$3x - 4 \leq 8$ を解け。

x の範囲 $x \leq 4$

-4 を移項して $3x \leq 8 + 4$ 、つまり $3x \leq 12$ 。両辺を3（正の数）で割る。

$$x \leq 4$$

3

負の係数（向きが変わる）

 $-x + 2 > 5$ を解け。 x の範囲 $x < -3$

2 を移項して $-x > 5 - 2$ 、つまり $-x > 3$ 。両辺を -1 で割るので向きが逆になる。

$$x < -3$$

4

負の係数・ $\geq$ を含む $-3x - 6 \geq 0$ を解け。 x の範囲 $x \leq -2$

-6 を移項して $-3x \geq 6$ 。両辺を -3 で割るので向きが逆になる。

$$x \leq -2$$

5

かっこを展開してから解く

 $4(x - 1) < 2x + 6$ を解け。 x の範囲 $x < 5$

左辺を展開すると $4x - 4 < 2x + 6$ 。 $2x$ と -4 を移項して $4x - 2x < 6 + 4$ 、つまり $2x < 10$ 。両辺を2で割る。

$$x < 5$$

6

分数を含む（両辺を整数倍）

$$\frac{x}{2} - 1 \geq \frac{x-3}{3} \text{ を解け。}$$

 x の範囲 $x \geq 0$

両辺に分母の最小公倍数6をかけて分数を消す（6は正の数なので向きはそのまま）。

$$6 \left(\frac{x}{2} - 1 \right) \geq 6 \cdot \frac{x-3}{3}$$

$$3x - 6 \geq 2(x - 3)$$

$$3x - 6 \geq 2x - 6$$

$$x \geq 0$$

$$x \geq 0$$

7

不等式を満たす最小の整数

$2x - 7 > -3$ を満たす x のうち、最小の整数を求めよ。

最小の整数 3

-7 を移項して $2x > -3 + 7$ 、つまり $2x > 4$ 。両辺を2で割ると $x > 2$ 。

2 より大きい整数のうち、最小のものは 3。

最小の整数は 3

- 8 次の連立不等式を解け。 $\begin{cases} x - 1 \geq 2 \\ 2x + 3 \leq 13 \end{cases}$ 解は $\text{ア} \leq x \leq \text{イ}$ の形になる。

ア = 3 イ = 5

1つ目の式: $x - 1 \geq 2$ より $x \geq 3$

2つ目の式: $2x + 3 \leq 13$ より $2x \leq 10$ 、 $x \leq 5$

両方を同時に満たすのは 3 以上 5 以下の範囲。

$$3 \leq x \leq 5$$

- 9 次の連立不等式を解け。 $\begin{cases} x + 6 > 1 \\ 5x - 3 \leq 2x + 15 \end{cases}$ 解は $\text{ア} < x \leq \text{イ}$ の形になる。

ア = -5 イ = 6

1つ目の式: $x + 6 > 1$ より $x > -5$

2つ目の式: $5x - 3 \leq 2x + 15$ より $3x \leq 18$ 、 $x \leq 6$

両方を同時に満たすのは -5 より大きく 6 以下の範囲。

$$-5 < x \leq 6$$

- 10 次の連立不等式を解け。 $\begin{cases} x - 1 \geq -4 \\ 3x + 2 < 11 \end{cases}$ 解は $\text{ア} \leq x < \text{イ}$ の形になる。

ア = -3 イ = 3

1つ目の式： $x - 1 \geq -4$ より $x \geq -3$

2つ目の式： $3x + 2 < 11$ より $3x < 9$ 、 $x < 3$

両方を同時に満たすのは -3 以上 3 未満の範囲。

$$-3 \leq x < 3$$

- 11 $\frac{2x - 1}{3} > \frac{x + 4}{2}$ を解け。

x の範囲 $x > 14$

両辺に6をかけて分数を消す。

$$6 \cdot \frac{2x - 1}{3} > 6 \cdot \frac{x + 4}{2}$$

$$2(2x - 1) > 3(x + 4)$$

$$4x - 2 > 3x + 12$$

$$x > 14$$

$$x > 14$$

- 12 $-\frac{1}{2}x + 3 < x - 3$ を解け。

x の範囲 $x > 4$

両辺に2をかけて分数を消す。

$$-x + 6 < 2x - 6$$

$$-3x < -12$$

両辺を -3 で割るので向きが逆になる。

$$x > 4$$

13 $3(2x - 1) \leq 5x + 4$ を満たす x のうち、最大の整数を求めよ。

最大の整数 7

左辺を展開すると $6x - 3 \leq 5x + 4$ 。 $5x$ と -3 を移項して $x \leq 7$ 。

7 以下の整数のうち、最大のものは 7 自身。

最大の整数は 7

14 次の連立不等式を解け。 $\begin{cases} 2x + 7 \geq -1 \\ -3x + 5 \geq -13 \end{cases}$ 解は $\text{ア} \leq x \leq \text{イ}$ の形になる。

ア = -4 イ = 6

1つ目の式： $2x + 7 \geq -1$ より $2x \geq -8$ 、 $x \geq -4$

2つ目の式： $-3x + 5 \geq -13$ より $-3x \geq -18$ 。両辺を -3 で割るので向きが逆になり $x \leq 6$ 。

両方を同時に満たすのは -4 以上 6 以下の範囲。

$$-4 \leq x \leq 6$$

挑戦 (15~18)

15

連立不等式・解なしパターン

次の連立不等式を解け。解がない場合は「解なし」と入力すること。

$$\begin{cases} 3x - 5 > 13 \\ -2x - 1 > -5 \end{cases}$$

解 なし

1つ目の式： $3x - 5 > 13$ より $3x > 18$ 、 $x > 6$

2つ目の式： $-2x - 1 > -5$ より $-2x > -4$ 。両辺を -2 で割るので向きが逆になり $x < 2$ 。

$x > 6$ と $x < 2$ を同時に満たす x はない (6より大きくて2より小さい数は存在しない)。

解なし

16

分数を含む (さらに複雑)

$$\frac{3x + 1}{4} - \frac{x - 2}{2} \geq 1 \text{ を解け。}$$

x の範囲 $x \geq -1$

両辺に4をかけて分数を消す。

$$4 \left(\frac{3x + 1}{4} - \frac{x - 2}{2} \right) \geq 4 \cdot 1$$

$$(3x + 1) - 2(x - 2) \geq 4$$

$$3x + 1 - 2x + 4 \geq 4$$

$$x + 5 \geq 4$$

$$x \geq -1$$

$$x \geq -1$$

17

かっこを展開して整理

$2(x - 3) - 5(x - 1) \leq -4$ を解け。

x の範囲 $x \geq 1$

左辺を展開すると $2x - 6 - 5x + 5 \leq -4$ 、整理して $-3x - 1 \leq -4$ 。

$$-3x \leq -3$$

両辺を -3 で割るので向きが逆になる。

$$x \geq 1$$

18

文章題ふうの抽象的な条件

ある数 x の3倍から2を引いた数は、 x に5を加えた数の2倍より小さい。このような x の範囲を求めよ。

x の範囲 $x < 12$

「 x の3倍から2を引いた数」は $3x - 2$ 。「 x に5を加えた数の2倍」は $2(x + 5)$ 。前者が後者より小さいので

$$3x - 2 < 2(x + 5)$$

$$3x - 2 < 2x + 10$$

$$x < 12$$

$$x < 12$$

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

整数解の個数から定数の範囲を決める

1次不等式 $x < a$ (a は定数) を満たす正の整数がちょうど5個であるとき、定数 a の値の範囲を求めよ。解は $\text{ア} < a \leq \text{イ}$ の形になる。

ア = 5 イ = 6

$x < a$ を満たす正の整数を、小さい方から並べると $1, 2, 3, \dots$ となる。これがちょうど5個、つまり $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ だけになるようにしたい。

- ・ 5 は解に含まれてほしいので、 $5 < a$ が必要 ($x < a$ は「未満」なので、5が入るには境界 a が5より大きくなければならない)。
- ・ 6 は解に含まれてはいけないので、 $6 \geq a$ 、つまり $a \leq 6$ が必要 (a が6より大きいと6も解に入ってしまう)。

この2つを合わせると $5 < a \leq 6$ 。(例えば $a = 6$ のとき $x < 6$ の正の整数解は $1, 2, 3, 4, 5$ のちょうど5個で条件を満たす。)

$$5 < a \leq 6$$

a を定数とする。1次不等式 $(a - 2)x > 3$ を x について解け。

x の係数 $a - 2$ の符号によって、割り算をしたときに不等号の向きが変わるかどうかが決まる。3つの場合に分けて考える。

(i) $a - 2 > 0$ ($a > 2$) のとき

係数が正の数なので、両辺を $a - 2$ で割っても向きはそのまま。

$$x > \frac{3}{a - 2}$$

(ii) $a - 2 < 0$ ($a < 2$) のとき

係数が負の数なので、両辺を $a - 2$ で割ると向きが逆になる。

$$x < \frac{3}{a - 2}$$

(iii) $a - 2 = 0$ ($a = 2$) のとき

このとき与式は $0 \cdot x > 3$ 、つまり $0 > 3$ となる。これは x にどんな値を入れても成り立たない（常に偽）。よって解はない。

$$a > 2 \text{ のとき } x > \frac{3}{a - 2}, \quad a < 2 \text{ のとき } x < \frac{3}{a - 2}, \quad a = 2 \text{ のとき解なし}$$

1個150円のたい焼きと1個100円のたこ焼きを合わせて20個仕入れ、仕入れ総額を2400円以下にしたい。また、たい焼きは最低でも6個は仕入れたい。たい焼きは最大何個仕入れられるか。

たい焼き 8 個

たい焼きの個数を x 個とする (x は整数、合わせて20個なのでたこ焼きは $(20 - x)$ 個)。

仕入れ総額は $150x + 100(20 - x)$ 円で、これが2400円以下。

$$150x + 100(20 - x) \leq 2400$$

$$150x + 2000 - 100x \leq 2400$$

$$50x \leq 400$$

$$x \leq 8$$

さらに「たい焼きは最低6個」という条件から $x \geq 6$ 。合わせて $6 \leq x \leq 8$ 。

この範囲でたい焼きを最大にしたいので $x = 8$ 。(このとき代金は $150 \times 8 + 100 \times 12 = 2400$ 円で、ちょうど2400円以内におさまる。)

たい焼きは最大8個仕入れられる

1個300円の部品Aと1個200円の部品Bを合わせて30個仕入れる。仕入れ総額を7000円以上8000円以下に抑えたいとき、部品Aの個数として考えられる範囲を求めよ。解は $\text{ア} \leq x \leq \text{イ}$ の形になる（ x は部品Aの個数）。

$$\text{ア} = \underline{10} \quad \text{イ} = \underline{20}$$

部品Aの個数を x 個とすると、部品Bは $(30 - x)$ 個。

仕入れ総額は $300x + 200(30 - x) = 300x + 6000 - 200x = 100x + 6000$ (円)。

これが7000円以上8000円以下なので

$$7000 \leq 100x + 6000 \leq 8000$$

各辺から6000を引くと

$$1000 \leq 100x \leq 2000$$

各辺を100で割ると（正の数なので向きはそのまま）

$$10 \leq x \leq 20$$

$$10 \leq x \leq 20$$

家から駅までの道のりは3600mある。分速 x mで歩いて、この道のりを30分以内で歩きたい。 x の満たす範囲を求めよ（ただし $x > 0$ ）。

x の範囲 $x \geq 120$

分速 x mで3600m歩くのにかかる時間は $\frac{3600}{x}$ 分。これが30分以内なので

$$\frac{3600}{x} \leq 30$$

$x > 0$ なので、両辺に x （正の数）をかけても向きはそのまま。

$$3600 \leq 30x$$

両辺を30（正の数）で割る。

$$120 \leq x$$

$$x \geq 120$$