

実数・根号の計算

解答（全25問）

氏名 _____

得点 _____ / 25点

DRILL

練習問題（全20問）

基本（1～8）

1

根号の簡約

$\sqrt{12}$ を簡約せよ。

答え $2\sqrt{3}$

$12 = 4 \times 3$ と分解する。

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

2

根号の簡約

$\sqrt{45}$ を簡約せよ。

答え $3\sqrt{5}$

$45 = 9 \times 5$ と分解する。

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

3

根号の掛け算

$\sqrt{8} \times \sqrt{2}$ を計算せよ。

答え 4

$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ を使って、まず中身どうしをかける。

$$\sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{8 \times 2} = \sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{8} \times \sqrt{2} = 4$$

4

簡約してから引き算

$\sqrt{50} - \sqrt{8}$ を計算せよ。

答え $3\sqrt{2}$

それぞれ簡約する。

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

根号の中身がそろったので引き算できる。

$$\sqrt{50} - \sqrt{8} = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{50} - \sqrt{8} = 3\sqrt{2}$$

5

有理化 (1項)

$\frac{1}{\sqrt{3}}$ を有理化せよ。

(1 $\sqrt{$ 3 + 0) / 3

分母・分子に $\sqrt{3}$ をかける。

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

6

有理化 (1項・約分あり)

$\frac{5}{\sqrt{5}}$ を有理化せよ。

(1 $\sqrt{$ 5 + 0) / 1

分母・分子に $\sqrt{5}$ をかける。

$$\frac{5}{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{5}$$

約分すると、

$$\frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

7

整数部分・小数部分

$\sqrt{5}$ の整数部分を a 、小数部分を b とする。 a と b を求めよ。 $(b$ は式のまま入力)

$a =$ 2 $b =$ $\sqrt{5}-2$

$2^2 = 4, 3^2 = 9$ で $4 < 5 < 9$ だから $2 < \sqrt{5} < 3$ 。

$$a = 2, b = \sqrt{5} - 2$$

$0.\overline{3}$ ($0.3333\cdots$) を分数で表せ。

答え $\frac{1}{3}$

$x = 0.3333\cdots$ とおく。循環部分は1桁なので10倍する。

$$10x = 3.3333\cdots$$

$$10x - x = 3.3333\cdots - 0.3333\cdots$$

$$9x = 3$$

$$x = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$0.\overline{3} = \frac{1}{3}$$

標準 (9~16)

9 $\sqrt{180}$ を簡約せよ。

答え $6\sqrt{5}$

180 の中の平方数を探す。 $180 = 36 \times 5$ ($36 = 6^2$)。

$$\sqrt{180} = \sqrt{36 \times 5} = 6\sqrt{5}$$

$$\sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

10 $\sqrt{48} + \sqrt{27}$ を計算せよ。

答え $7\sqrt{3}$

それぞれ簡約する。

$$\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$$

根号の中身がそろったので足し算できる。

$$4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$$

$$\sqrt{48} + \sqrt{27} = 7\sqrt{3}$$

11

3項の混合計算

$\sqrt{98} - \sqrt{50} + \sqrt{8}$ を計算せよ。

答え $4\sqrt{2}$

それぞれ簡約する。

$$\sqrt{98} = \sqrt{49 \times 2} = 7\sqrt{2}$$

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

根号の中身がすべて 2 でそろったので、係数だけ計算する。

$$7\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = (7 - 5 + 2)\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{98} - \sqrt{50} + \sqrt{8} = 4\sqrt{2}$$

12

有理化 (1項・分母に係数)

$\frac{3}{2\sqrt{3}}$ を有理化せよ。

$$\left(\underline{1} \sqrt{\underline{3}} + \underline{0} \right) / \underline{2}$$

分母・分子に $\sqrt{3}$ をかける。

$$\frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2 \times 3} = \frac{3\sqrt{3}}{6}$$

約分すると、

$$\frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

13

有理化 (2項: $\sqrt{+}$ 整数)

$\frac{1}{\sqrt{5} + 2}$ を有理化せよ。

$$\left(\underline{1} \sqrt{\underline{5}} + \underline{-2} \right) / \underline{1}$$

分母の共役 $\sqrt{5} - 2$ を分母・分子にかける。

$$\frac{1}{\sqrt{5} + 2} = \frac{\sqrt{5} - 2}{(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2)}$$

$$\text{分母} = (\sqrt{5})^2 - 2^2 = 5 - 4 = 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{5} + 2} = \sqrt{5} - 2$$

14

有理化 (2項: 整数-√)

$\frac{3}{3 - \sqrt{6}}$ を有理化せよ。

$$\left(\frac{1}{3} \sqrt{6} + \frac{3}{3} \right) / \frac{1}{3}$$

分母の共役 $3 + \sqrt{6}$ を分母・分子にかける。

$$\frac{3}{3 - \sqrt{6}} = \frac{3(3 + \sqrt{6})}{(3 - \sqrt{6})(3 + \sqrt{6})}$$

$$\text{分母} = 3^2 - (\sqrt{6})^2 = 9 - 6 = 3$$

$$\text{分子} = 9 + 3\sqrt{6}$$

$\frac{9 + 3\sqrt{6}}{3}$ を約分すると、

$$\frac{3}{3 - \sqrt{6}} = \sqrt{6} + 3$$

15

整数部分・小数部分

$\sqrt{7}$ の整数部分を a 、小数部分を b とする。 a と b を求めよ。

$$a = 2 \quad b = \sqrt{7} - 2$$

$2^2 = 4, 3^2 = 9$ で $4 < 7 < 9$ だから $2 < \sqrt{7} < 3$ 。

$$a = 2, b = \sqrt{7} - 2$$

$0.\overline{45}$ ($0.454545\dots$) を分数で表せ (約分すること)。

答え $5/11$

$x = 0.454545\dots$ とおく。循環部分は2桁 (45) なので100倍する。

$$100x = 45.454545\dots$$

$$100x - x = 45.454545\dots - 0.454545\dots$$

$$99x = 45$$

$$x = \frac{45}{99}$$

約分する (分子・分母を9で割る) と、

$$0.\overline{45} = \frac{5}{11}$$

挑戦 (17~20)

$\sqrt{75} + \sqrt{27} - \sqrt{48}$ を計算せよ。

答え $4\sqrt{3}$

それぞれ簡約する。

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$$

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$$

$$\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$$

根号の中身がすべて 3 でそろったので、係数だけ計算する。

$$5\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = (5 + 3 - 4)\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{75} + \sqrt{27} - \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$ を有理化せよ（約分すること）。

(1 √ 3 + 1) / 2

分母の共役 $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ を分母・分子にかける。

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})}$$

$$\text{分母} = (\sqrt{6})^2 - (\sqrt{2})^2 = 6 - 2 = 4$$

$$\text{分子} = \sqrt{2} \times \sqrt{6} + \sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{12} + 2 = 2\sqrt{3} + 2$$

$\frac{2\sqrt{3}+2}{4}$ を約分すると、

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

$\sqrt{15}$ の整数部分を a とするとき、 a^2 の値を求めよ。

答え 9

$$3^2 = 9, 4^2 = 16 \text{ で } 9 < 15 < 16 \text{ だから } 3 < \sqrt{15} < 4.$$

よって整数部分 $a = 3$ 。

$$a^2 = 3^2 = 9$$

$0.1\overline{6}$ ($0.16666\cdots$) を分数で表せ（約分すること）。

答え $\frac{1}{6}$

$x = 0.16666\cdots$ とおく。循環しない部分（小数第1位の1）を先に整数にそろえるため10倍する。

$$10x = 1.6666\cdots$$

循環部分（6）は1桁なので、さらに10倍する。

$$100x = 16.6666\cdots$$

この2つを引き算すると、循環する小数部分が消える。

$$100x - 10x = 16.6666\cdots - 1.6666\cdots$$

$$90x = 15$$

$$x = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}$$

$$0.1\overline{6} = \frac{1}{6}$$

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。二重根号や対称式など、入試の基礎レベルに挑戦しよう。

応1

二重根号をはずす

$\sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$ の二重根号をはずして簡単にせよ。

答え $\sqrt{3+2}$

$\sqrt{a + b + 2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ ($a > b > 0$) の形にあてはめる。

$5 + 2\sqrt{6}$ を $a + b + 2\sqrt{ab}$ と見ると、和が $a + b = 5$ 、積が $ab = 6$ の2数を探せばよい。

a, b は $t^2 - 5t + 6 = 0$ の解。左辺を因数分解すると $(t - 2)(t - 3) = 0$ より $t = 2, 3$ 。

$a > b$ となるように $a = 3, b = 2$ とおく（和・積とも条件を満たすことを確認： $3 + 2 = 5$ 、 $3 \times 2 = 6$ ）。

$$\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

応2

二重根号をはずす（引き算タイプ）

$\sqrt{7-2\sqrt{10}}$ の二重根号をはずして簡単にせよ。

答え $\sqrt{5}-\sqrt{2}$

$\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$ ($a > b > 0$) の形にあてはめる。

$7-2\sqrt{10}$ を $a+b-2\sqrt{ab}$ と見ると、和が $a+b=7$ 、積が $ab=10$ の2数を探せばよい。

a, b は $t^2 - 7t + 10 = 0$ の解。左辺を因数分解すると $(t-2)(t-5) = 0$ より $t = 2, 5$ 。

$a > b$ となるように $a = 5, b = 2$ とおく ($\sqrt{a} - \sqrt{b}$ が正の値になるのは $a > b$ のときだけなので、ここは順番に注意)。

$$\sqrt{7-2\sqrt{10}} = \sqrt{5} - \sqrt{2}$$

応3

対称式（基本対称式の利用）

$x = \sqrt{3} + \sqrt{2}, y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ のとき、 $x^2 + y^2$ と $x^3 + y^3$ の値を求めよ。

$$x^2 + y^2 = \underline{10} \quad x^3 + y^3 = \underline{18\sqrt{3}}$$

まず $x+y$ と xy （基本対称式）を先に計算しておくと、根号のまま計算しなくてよくなる。

$$x+y = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2\sqrt{3}$$

$$xy = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 = 3 - 2 = 1$$

$x^2 + y^2$ は $(x+y)^2$ を展開した式から $2xy$ を引けば作れる。

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = (2\sqrt{3})^2 - 2 \times 1 = 4 \times 3 - 2 = 12 - 2 = 10$$

$x^3 + y^3$ も同じように $(x+y)^3$ から作る公式 $x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$ を使う。

$$(2\sqrt{3})^3 = 8 \times (\sqrt{3})^3 = 8 \times 3\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$$

$$3xy(x+y) = 3 \times 1 \times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$x^3 + y^3 = 24\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$

$$x^2 + y^2 = 10, x^3 + y^3 = 18\sqrt{3}$$

応4

小数部分の計算

$\sqrt{7}$ の小数部分を a とするとき、 $a(a+4)$ の値を求めよ。

答え 3

$2^2 = 4, 3^2 = 9$ で $4 < 7 < 9$ だから $2 < \sqrt{7} < 3$ 。整数部分は 2。

小数部分は $a = \sqrt{7} - 2$ 。

これを $a(a+4) = a^2 + 4a$ に代入する。

$$a^2 = (\sqrt{7} - 2)^2 = (\sqrt{7})^2 - 2 \times \sqrt{7} \times 2 + 2^2 = 7 - 4\sqrt{7} + 4 = 11 - 4\sqrt{7}$$

$$4a = 4(\sqrt{7} - 2) = 4\sqrt{7} - 8$$

足し合わせると根号の部分が打ち消し合う。

$$a^2 + 4a = (11 - 4\sqrt{7}) + (4\sqrt{7} - 8) = 11 - 8 = 3$$

$$a(a+4) = 3$$

応5

小数部分の計算

$\sqrt{11}$ の小数部分を a とするとき、 $a^2 + 6a$ の値を求めよ。

答え 2

$3^2 = 9, 4^2 = 16$ で $9 < 11 < 16$ だから $3 < \sqrt{11} < 4$ 。整数部分は 3。

小数部分は $a = \sqrt{11} - 3$ 。

これを $a^2 + 6a$ に代入する。

$$a^2 = (\sqrt{11} - 3)^2 = (\sqrt{11})^2 - 2 \times \sqrt{11} \times 3 + 3^2 = 11 - 6\sqrt{11} + 9 = 20 - 6\sqrt{11}$$

$$6a = 6(\sqrt{11} - 3) = 6\sqrt{11} - 18$$

足し合わせると根号の部分が打ち消し合う。

$$a^2 + 6a = (20 - 6\sqrt{11}) + (6\sqrt{11} - 18) = 20 - 18 = 2$$

$$a^2 + 6a = 2$$