

式の展開

解答（全25問）

氏名 _____

得点 _____ / 25点

DRILL

練習問題（全20問）

基本（1～8）

1

単項式×多項式

$4x(3x - 2)$ を展開せよ。

x^2 の係数 12 x の係数 -8 定数項 0

$$4x \times 3x = 12x^2, 4x \times (-2) = -8x$$

$$4x(3x - 2) = 12x^2 - 8x$$

2

単項式×多項式（係数マイナス）

$-2x(5x + 3)$ を展開せよ。

x^2 の係数 -10 x の係数 -6 定数項 0

$$-2x \times 5x = -10x^2, -2x \times 3 = -6x$$

$$-2x(5x + 3) = -10x^2 - 6x$$

3

公式1 : $(a + b)^2$ $(x + 4)^2$ を展開せよ。 x^2 の係数 1 x の係数 8 定数項 16公式1 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ を $a = x$, $b = 4$ で使う。

$$x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2 = x^2 + 8x + 16$$

$$(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$$

4

公式2 : $(a - b)^2$ $(x - 6)^2$ を展開せよ。 x^2 の係数 1 x の係数 -12 定数項 36公式2 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ を $a = x$, $b = 6$ で使う。

$$x^2 - 2 \times x \times 6 + 6^2 = x^2 - 12x + 36$$

$$(x - 6)^2 = x^2 - 12x + 36$$

5

公式3 : $(a + b)(a - b)$ $(x + 7)(x - 7)$ を展開せよ。 x^2 の係数 1 x の係数 0 定数項 -49公式3 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ を $a = x$, $b = 7$ で使う。

$$x^2 - 7^2 = x^2 - 49 \text{ (} x \text{ の項は消える)}$$

$$(x + 7)(x - 7) = x^2 - 49$$

6

公式4: $(x + a)(x + b)$ (両方プラス) $(x + 3)(x + 8)$ を展開せよ。 x^2 の係数 1 x の係数 11 定数項 24公式4 $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ を $a = 3, b = 8$ で使う。

$$x^2 + (3 + 8)x + 3 \times 8 = x^2 + 11x + 24$$

$$(x + 3)(x + 8) = x^2 + 11x + 24$$

7

公式4: $(x + a)(x + b)$ (両方マイナス) $(x - 2)(x - 9)$ を展開せよ。 x^2 の係数 1 x の係数 -11 定数項 18 $a = -2, b = -9$ として公式4を使う。

$$x^2 + (-2 - 9)x + (-2) \times (-9) = x^2 - 11x + 18$$

$$(x - 2)(x - 9) = x^2 - 11x + 18$$

8

公式4: $(x + a)(x + b)$ (符号が異なる) $(x + 5)(x - 3)$ を展開せよ。 x^2 の係数 1 x の係数 2 定数項 -15 $a = 5, b = -3$ として公式4を使う。

$$x^2 + (5 - 3)x + 5 \times (-3) = x^2 + 2x - 15$$

$$(x + 5)(x - 3) = x^2 + 2x - 15$$

9 $(2x + 3)(3x + 1)$ を展開せよ。

x^2 の係数 6 x の係数 11 定数項 3

4つの積を作る： $2x \times 3x = 6x^2$ 、 $2x \times 1 = 2x$ 、 $3 \times 3x = 9x$ 、 $3 \times 1 = 3$

x の項をまとめる： $2x + 9x = 11x$

$$(2x + 3)(3x + 1) = 6x^2 + 11x + 3$$

10 $(3x - 2)(2x + 5)$ を展開せよ。

x^2 の係数 6 x の係数 11 定数項 -10

$3x \times 2x = 6x^2$ 、 $3x \times 5 = 15x$ 、 $-2 \times 2x = -4x$ 、 $-2 \times 5 = -10$

x の項をまとめる： $15x - 4x = 11x$

$$(3x - 2)(2x + 5) = 6x^2 + 11x - 10$$

11 $(5x - 1)(2x - 3)$ を展開せよ。

x^2 の係数 10 x の係数 -17 定数項 3

$5x \times 2x = 10x^2$ 、 $5x \times (-3) = -15x$ 、 $-1 \times 2x = -2x$ 、 $-1 \times (-3) = 3$

x の項をまとめる： $-15x - 2x = -17x$

$$(5x - 1)(2x - 3) = 10x^2 - 17x + 3$$

12

公式3の一般形 (ax どうしの和と差) $(4x + 3)(4x - 3)$ を展開せよ。 x^2 の係数 16 x の係数 0 定数項 -9公式3 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ を $a = 4x$, $b = 3$ で使う。

$$(4x)^2 - 3^2 = 16x^2 - 9$$

$$(4x + 3)(4x - 3) = 16x^2 - 9$$

13

2変数：公式1の一般形

 $(2a + 3b)^2$ を展開せよ。 a^2 の係数 4 ab の係数 12 b^2 の係数 9公式1 $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ を $A = 2a$, $B = 3b$ で使う。

$$(2a)^2 + 2 \times (2a) \times (3b) + (3b)^2 = 4a^2 + 12ab + 9b^2$$

$$(2a + 3b)^2 = 4a^2 + 12ab + 9b^2$$

14

2変数：公式2の一般形

 $(3a - 2b)^2$ を展開せよ。 a^2 の係数 9 ab の係数 -12 b^2 の係数 4公式2 $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ を $A = 3a$, $B = 2b$ で使う。

$$(3a)^2 - 2 \times (3a) \times (2b) + (2b)^2 = 9a^2 - 12ab + 4b^2$$

$$(3a - 2b)^2 = 9a^2 - 12ab + 4b^2$$

15

2変数：公式3の一般形

$(5a + 2b)(5a - 2b)$ を展開せよ。

a^2 の係数 25 ab の係数 0 b^2 の係数 -4

公式3 $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$ を $A = 5a$, $B = 2b$ で使う。

$(5a)^2 - (2b)^2 = 25a^2 - 4b^2$ (ab の項は消える)

$$(5a + 2b)(5a - 2b) = 25a^2 - 4b^2$$

16

2変数：公式4の一般形

$(x + 2y)(x + 7y)$ を展開せよ。

x^2 の係数 1 xy の係数 9 y^2 の係数 14

公式4 $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ を、 $a = 2y$, $b = 7y$ と見なして使う。

$$x^2 + (2y + 7y)x + (2y)(7y) = x^2 + 9xy + 14y^2$$

$$(x + 2y)(x + 7y) = x^2 + 9xy + 14y^2$$

17

4つの積の組み合わせ・置き換え

$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$ を工夫して展開せよ。 (x^4) の係数は1になる。まず $(x+1)(x+4)$ と $(x+2)(x+3)$ をそれぞれ計算し、共通部分を t とおくと計算が楽になる。

x^3 の係数 10 x^2 の係数 35 x の係数 50 定数項 24

組み合わせ方を工夫する。 $(x+1)(x+4) = x^2 + 5x + 4$ 、 $(x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6$

どちらも $x^2 + 5x$ の部分が共通なので、 $t = x^2 + 5x$ とおく。

$$(x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) = (t + 4)(t + 6) = t^2 + 10t + 24 \text{ (公式4の形)}$$

$$t \text{ を戻す : } t^2 = (x^2 + 5x)^2 = x^4 + 10x^3 + 25x^2, \quad 10t = 10x^2 + 50x$$

$$t^2 + 10t + 24 = x^4 + 10x^3 + 25x^2 + 10x^2 + 50x + 24 = x^4 + 10x^3 + 35x^2 + 50x + 24$$

$$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = x^4 + 10x^3 + 35x^2 + 50x + 24$$

$(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ を工夫して展開せよ。 (x^4) の係数は1になる。組み合わせ方を17と同じように工夫する。）

x^3 の係数 -10 x^2 の係数 35 x の係数 -50 定数項 24

$$(x-1)(x-4) = x^2 - 5x + 4, (x-2)(x-3) = x^2 - 5x + 6$$

共通部分 $t = x^2 - 5x$ とおく。

$$(t+4)(t+6) = t^2 + 10t + 24$$

$$t \text{ を戻す : } t^2 = (x^2 - 5x)^2 = x^4 - 10x^3 + 25x^2, 10t = 10x^2 - 50x$$

$$t^2 + 10t + 24 = x^4 - 10x^3 + 25x^2 + 10x^2 - 50x + 24 = x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24$$

$$(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) = x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24$$

$(x^2 - x - 1)(x^2 - x + 3)$ を展開せよ。

x^3 の係数 -2 x^2 の係数 3 x の係数 -2 定数項 -3

$x^2 - x$ の部分が共通なので $t = x^2 - x$ とおく。

$$(t-1)(t+3) = t^2 + 2t - 3 \text{ (公式4の形)}$$

$$t \text{ を戻す : } t^2 = (x^2 - x)^2 = x^4 - 2x^3 + x^2, 2t = 2x^2 - 2x$$

$$t^2 + 2t - 3 = x^4 - 2x^3 + x^2 + 2x^2 - 2x - 3 = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x - 3$$

$$(x^2 - x - 1)(x^2 - x + 3) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x - 3$$

$(x+y+1)(x+y-1)$ を展開せよ。

x^2 の係数 1 xy の係数 2 y^2 の係数 1 定数項 -1

$x+y$ をひとかたまりと見て $t = x+y$ とおくと、公式3の形になる。

$$(t+1)(t-1) = t^2 - 1$$

$$t \text{ を戻す : } t^2 = (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$t^2 - 1 = x^2 + 2xy + y^2 - 1$$

$$(x+y+1)(x+y-1) = x^2 + 2xy + y^2 - 1$$

DRILL

応用問題（プリント限定）

ここから先はPDF限定の腕試し。展開の公式を数値計算や対称式の値に応用してみよう。

応1

数値計算への応用：公式1

99^2 を、 $99 = 100 - 1$ と見て公式を使い、工夫して計算せよ。

$$99^2 = \underline{9801}$$

$99 = 100 - 1$ なので、公式2 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ を $a = 100$, $b = 1$ で使う。

$$99^2 = (100 - 1)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801$$

$$99^2 = 9801$$

応2

数値計算への応用：公式3

53×47 を、 $53 = 50 + 3$, $47 = 50 - 3$ と見て公式を使い、工夫して計算せよ。

$$53 \times 47 = \underline{2491}$$

$53 = 50 + 3$, $47 = 50 - 3$ なので、公式3 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ を $a = 50$, $b = 3$ で使う。

$$53 \times 47 = (50 + 3)(50 - 3) = 50^2 - 3^2 = 2500 - 9 = 2491$$

$$53 \times 47 = 2491$$

応3

$(a + b + c)^2$ の応用

実数 a, b, c が $a + b + c = 6$ 、 $ab + bc + ca = 11$ を満たすとき、 $a^2 + b^2 + c^2$ の値を求めよ。

$$a^2 + b^2 + c^2 = \underline{14}$$

STEP3の公式 $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ を使う。

左辺に $a + b + c = 6$ を代入すると $6^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2 \times 11$ 、つまり $36 = a^2 + b^2 + c^2 + 22$ 。

$$a^2 + b^2 + c^2 = 36 - 22 = 14$$

応4

対称性の利用

$(x + y)^2 - (x - y)^2$ を計算し、 xy だけを使った式で表すと kxy の形になる。
この k の値を求めよ。また、その式を使って $x = 8, y = 5$ のときの $(x + y)^2 - (x - y)^2$ の値を求めよ。

$$k = \underline{4} \quad x = 8, y = 5 \text{ のときの値 } \underline{160}$$

公式1・公式2で展開する。

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

引き算すると x^2 と y^2 が消え合う。

$$(x + y)^2 - (x - y)^2 = (x^2 + 2xy + y^2) - (x^2 - 2xy + y^2) = 4xy$$

つまり $k = 4$ 。 $x = 8, y = 5$ を代入すると $4 \times 8 \times 5 = 160$ 。

$k = 4$ 、 $x = 8, y = 5$ のとき値は160

実数 a, b が $a - b = 4$ 、 $ab = 12$ を満たすとき、 $a^2 + b^2$ の値を求めよ。

$$a^2 + b^2 = \underline{40}$$

公式2 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ を変形すると $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$ になる。

$a - b = 4$ 、 $ab = 12$ を代入する。

$$a^2 + b^2 = 4^2 + 2 \times 12 = 16 + 24 = 40$$

$$a^2 + b^2 = 40$$
